

# *Conoscenza in Matematica: qualche osservazione*

*Salvatore Rao*  
*([salvatore.rao@unina.it](mailto:salvatore.rao@unina.it))*

**Complesso Universitario MSA - Venerdì 19.07.19**

***III Scuola Estiva PLS di Formazione Docenti (15-19 Luglio 2019)***

***«Periodicità e Formalizzazione  
nella didattica delle Scienze e della Matematica  
nella scuola secondaria di primo e secondo grado»***

*<<Ripudiavamo fermamente  
l'idea  
che la conoscenza  
**utile**  
fosse preferibile  
alla conoscenza  
**inutile**>>*

*<<Ripudiavamo fermamente  
l'idea  
che la conoscenza  
**utile**  
fosse preferibile  
alla conoscenza  
**inutile**>>*

**John Maynard KEYNES  
(1883-1946)**

*<<Ripudiavamo fermamente  
l'idea  
che la conoscenza  
**utile**  
fosse preferibile  
alla conoscenza  
**inutile**>>*

**John Maynard KEYNES  
(1883-1946)**



**John M. KEYNES nel 1933**

# **PROLOGO**

CENTENARIO DELLA NASCITA  
di **Primo LEVI**  
(Torino, 31 luglio 2019)

CENTENARIO DELLA NASCITA  
di **Primo LEVI**  
(Torino, 31 luglio 2019)



**Primo Michele LEVI**  
**[Torino 1919 -1987]**

CENTENARIO DELLA NASCITA  
di **Primo LEVI**  
(Torino, 31 luglio 2019)

Ne *Il sistema periodico* (Einaudi, 1975)  
**Primo LEVI** definisce il suo scrivere:



**Primo Michele LEVI**  
**[Torino 1919 -1987]**

CENTENARIO DELLA NASCITA  
di **Primo LEVI**  
(Torino, 31 luglio 2019)

Ne *Il sistema periodico* (Einaudi, 1975)

**Primo LEVI** definisce il suo scrivere:  
*Un'opera di chimico che pesa e divide,  
misura e giudica su prove certe,  
e s'industria di rispondere ai perché.*



**Primo Michele LEVI**  
**[Torino 1919 -1987]**

CENTENARIO DELLA NASCITA  
di **Primo LEVI**

(Torino, 31 luglio 2019)

Ne *Il sistema periodico* (Einaudi, 1975)

**Primo LEVI** definisce il suo scrivere:

*Un'opera di chimico che pesa e divide,  
misura e giudica su prove certe,  
e s'industria di rispondere ai perché.*

L'opera valse a LEVI  
il Premio Prato per la Resistenza.



**Primo Michele LEVI**  
**[Torino 1919 -1987]**

CENTENARIO DELLA NASCITA  
di **Primo LEVI**  
(Torino, 31 luglio 2019)

Ne *Il sistema periodico* (Einaudi, 1975)

**Primo LEVI** definisce il suo scrivere:  
*Un'opera di chimico che pesa e divide,  
misura e giudica su prove certe,  
e s'industria di rispondere ai perché.*

L'opera valse a LEVI  
il Premio Prato per la Resistenza.  
Il 19 ottobre 2006 la *Royal Institution* del  
Regno Unito scelse quest'opera come  
il miglior libro di scienza mai scritto.



**Primo Michele LEVI**  
**[Torino 1919 -1987]**

Gli elementi che  
sono titoli  
dei 21 racconti  
ne  
*Il sistema periodico*

1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	* La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	** Ac	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Nh	114 Fl	115 Uup	116 Lv	117 Uus	118 Uuo

\* Lantanoidi

57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

\*\* Attinoidi

89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr
----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Da «Ferro»:

<<[...] la nobiltà dell'uomo, acquisita in cento secoli di prove e di errori,  
era consistita nel farsi signore della materia,

***e io mi ero iscritto a Chimica***

***perché a questa nobiltà mi volevo mantenere fedele.***

Vincere la materia è comprenderla,  
e comprendere la materia è necessario  
per comprendere l'universo e noi stessi:

e quindi ***il Sistema Periodico di Mendeleev [...] era una poesia,***

più alta e più solenne di tutte le poesie digerite in liceo:

a pensarci bene, aveva perfino le rime!»

Primo LEVI, *Il sistema periodico*, Einaudi, Torino, 1975 [Ferro: 40].

Da «Potassio»:

<<Nel gennaio del 1941 le sorti dell'Europa e del mondo sembravano segnate. Solo qualche illuso poteva ancora pensare che la Germania non avrebbe vinto; [ ... ] Solo un cieco e sordo volontario poteva dubitare sul destino riservato agli ebrei in un'Europa tedesca [ ... ]

Eppure, se si voleva vivere, se si voleva in qualche modo trarre profitto della giovinezza che ci correva per le vene, non restava altra risorsa appunto che la cecità volontaria: [ ... ]

D'altronde, viste da vicino e nel dettaglio, le cose non sembravano così disastrose: [ ... ]

Né in noi, né più in generale nella nostra generazione [*nel '41 LEVI aveva 22 anni*], «ariani» o ebrei che fossimo, si era ancora fatta strada l'idea che resistere al fascismo si doveva e si poteva.>>

<<La nostra resistenza di allora era passiva, e si limitava al rifiuto, all'isolamento, al non lasciarsi contaminare. Il seme della lotta attiva non era sopravvissuto fino a noi, era stato soffocato pochi anni prima, con l'ultimo colpo di falce che aveva relegato in prigione, al confino, all'esilio o al silenzio gli ultimi protagonisti e testimoni torinesi, Einaudi, Ginzburg, Monti, Vittorio Foa, Zini, Carlo Levi. Questi nomi non ci dicevano niente, non sapevamo quasi nulla di loro, il fascismo intorno a noi non aveva antagonisti. Bisognava ricominciare dal niente, «inventare» un nostro antifascismo, crearlo dal germe, dalle radici, dalle nostre radici. Cercavamo intorno a noi, e imboccavamo strade che portavano poco lontano. La Bibbia, Croce, ***la geometria, la fisica, ci apparivano fonti di certezza.***>>

<<Ci radunavamo nella palestra del «Talmúd Thorà», della Scuola della Legge, come orgogliosamente si chiamava la vetusta scuola elementare ebraica, e ci insegnavamo a vicenda a ritrovare nella Bibbia la giustizia e l'ingiustizia e la forza che abbatte l'ingiustizia: a riconoscere in Assuero e in Nabucodonosor i nuovi oppressori. Ma dov'era Kadosh Baruchú, «il Santo, Benedetto sia Egli», colui che spezza le catene degli schiavi e sommerge i carri degli Egizi? Colui che aveva dettato la Legge a Mosè, ed ispirato i liberatori Ezra e Neemia, non ispirava più nessuno, il cielo sopra noi era silenzioso e vuoto: lasciava sterminare i ghetti polacchi, e, ***lentamente, confusamente, si faceva strada in noi l'idea che eravamo soli, che non avevamo alleati su cui contare, né in terra né in cielo, che la forza di resistere avremmo dovuto trovarla in noi stessi.***>>

<<Non era dunque del tutto assurdo l'impulso che ci spingeva allora a conoscere i nostri limiti: a percorrere centinaia di chilometri in bicicletta, ad arrampicarci con furia e pazienza su pareti di roccia che conoscevamo male, a sottoporci volontariamente alla fame, al freddo e alla fatica, ad allenarci al sopportare e al decidere. Un chiodo entra o non entra; la corda tiene o non tiene: ***anche queste erano fonti di certezza.***

***La chimica, per me, aveva cessato di esserlo.***

Conduceva al cuore della Materia, e la Materia ci era alleata appunto perché lo Spirito, caro al fascismo, ci era nemico; ma, giunto al IV anno di Chimica Pura, non potevo più ignorare che la chimica stessa, o almeno quella che ci veniva somministrata, non rispondeva alle mie domande. Preparare il bromobenzene o il violetto metile secondo il Gattermann era divertente, anche esilarante, ma non molto diverso dal seguire le ricette dell'Artusi.>>

<<Perché in quel modo, e non in un altro? Dopo di essere stato ingozzato in liceo delle verità rivelate dalla Dottrina del Fascismo, tutte le verità rivelate, non dimostrate, mi erano venute a noia o in sospetto. ***Esistevano teoremi di chimica? No, perciò bisognava andare oltre, non accontentarsi del «quia», risalire alle origini, alla matematica ed alla fisica.*** Le origini della chimica erano ignobili, o almeno equivoche: gli antri degli alchimisti, la loro abominevole confusione di idee e di linguaggio, il loro confessato interesse all'oro, i loro imbrogli levantini da ciarlatani o da maghi; ***alle origini della fisica stava invece la strenua chiarezza dell'occidente, Archimede ed Euclide.*** Sarei diventato un fisico, «ruat coelum»: magari senza laurea, poiché Hitler e Mussolini me lo proibivano.>>

Primo LEVI, *Il sistema periodico*, Einaudi, Torino, 1975 [Potassio: 48-51].

*La chimica, per me, aveva cessato di essere **fonte di certezza**.*

*Esistevano **teoremi** di chimica?*

*... bisognava andare oltre, ... , risalire alle origini,  
alla **matematica** ed alla **fisica** ...*

*... alle origini della fisica stava invece  
la strenua **chiarezza dell'occidente**,  
Archimede ed Euclide.*

Ma il giovane LEVI era nel giusto?

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio;  
sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio;  
sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.
2. Piena rispondenza al vero, verità assoluta, indiscutibile.

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio;  
sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.
2. Piena rispondenza al vero, verità assoluta, indiscutibile.
3. Chiarezza; determinatezza; immutabilità.

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio; sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.
2. Piena rispondenza al vero, verità assoluta, indiscutibile.
3. Chiarezza; determinatezza; immutabilità.
4. Sicurezza, garanzia.

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio; sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.
2. Piena rispondenza al vero, verità assoluta, indiscutibile.
3. Chiarezza; determinatezza; immutabilità.
4. Sicurezza, garanzia.
5. Notizia, cosa certa.

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio; sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.
2. Piena rispondenza al vero, verità assoluta, indiscutibile.
3. Chiarezza; determinatezza; immutabilità.
4. Sicurezza, garanzia.
5. Notizia, cosa certa.
6. Indizio certo, prova, dimostrazione, conferma.

## **Certezza:**

1. Conoscenza sicura, che esclude ogni dubbio; sicurezza di credere e affermare il vero; convinzione.
2. Piena rispondenza al vero, verità assoluta, indiscutibile.
3. Chiarezza; determinatezza; immutabilità.
4. Sicurezza, garanzia.
5. Notizia, cosa certa.
6. Indizio certo, prova, dimostrazione, conferma.
7. Nelle corse ippiche, cavallo che le previsioni designano come vincente.

Un triangolo isoscele ha due angoli uguali.

Un triangolo isoscele ha due angoli uguali.

La Terra ruota intorno al Sole secondo un'orbita ellittica di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

**MATEMATICA:**  
*che cosa studia?*

Una possibile risposta:  
***concetti che si possono trattare  
come se fossero oggetti reali***

DAVIS e HERSCH

[in *L'esperienza matematica (da Talete al computer)*,  
Edizioni di Comunità, Milano, 1985]

li chiamano:

***«oggetti mentali con proprietà riproducibili».***

La matematica pura è un corpo organico gigantesco,  
costruito solo ed esclusivamente da idee  
che nascono nella mente dei matematici e lì vivono.

# **Mathematics Subject Classification [MSC] 2010**

Mathematical Reviews (MR)

and

Zentralblatt für Mathematik (Zbl)

## **63 SEZIONI**

**00-XX GENERAL (32)**

**01-XX HISTORY AND BIOGRAPHY (37)**

**03-XX MATHEMATICAL LOGIC AND FOUNDATIONS (135)**

**05-XX COMBINATORICS**

**06-XX ORDER, LATTICES, ORDERED ALGEBRAIC STRUCTURES**

**08-XX GENERAL ALGEBRAIC SYSTEMS**

**11-XX NUMBER THEORY**

**12-XX FIELD THEORY AND POLYNOMIALS**

**13-XX COMMUTATIVE ALGEBRA**

**14-XX ALGEBRAIC GEOMETRY**

**15-XX LINEAR AND MULTILINEAR ALGEBRA; MATRIX THEORY**

**16-XX ASSOCIATIVE RINGS AND ALGEBRAS**

**17-XX NONASSOCIATIVE RINGS AND ALGEBRAS**

**18-XX CATEGORY THEORY; HOMOLOGICAL ALGEBRA**

**19-XX  $K$  -THEORY**

**20-XX GROUP THEORY AND GENERALIZATIONS**

**22-XX TOPOLOGICAL GROUPS, LIE GROUPS**

**26-XX REAL FUNCTIONS**

**28-XX MEASURE AND INTEGRATION**

**30-XX FUNCTIONS OF A COMPLEX VARIABLE**

**31-XX POTENTIAL THEORY**

**32-XX SEVERAL COMPLEX VARIABLES AND ANALYTIC SPACES**

**33-XX SPECIAL FUNCTIONS**

**34-XX ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**35-XX PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**37-XX DYNAMICAL SYSTEMS AND ERGODIC THEORY**

**39-XX DIFFERENCE AND FUNCTIONAL EQUATIONS**

**40-XX SEQUENCES, SERIES, SUMMABILITY**

**41-XX APPROXIMATIONS AND EXPANSIONS**

**42-XX HARMONIC ANALYSIS ON EUCLIDEAN SPACES**

**43-XX ABSTRACT HARMONIC ANALYSIS**

**44-XX INTEGRAL TRANSFORMS, OPERATIONAL CALCULUS**

**45-XX INTEGRAL EQUATIONS**

**46-XX FUNCTIONAL ANALYSIS**

**47-XX OPERATOR THEORY**

**49-XX CALCULUS OF VARIATIONS AND OPTIMAL CONTROL; OPTIMIZATION**

**51-XX GEOMETRY**

**52-XX CONVEX AND DISCRETE GEOMETRY**

**53-XX DIFFERENTIAL GEOMETRY**

**54-XX GENERAL TOPOLOGY**

**55-XX ALGEBRAIC TOPOLOGY**

**57-XX MANIFOLDS AND CELL COMPLEXES**

**58-XX GLOBAL ANALYSIS, ANALYSIS ON MANIFOLDS**

**60-XX PROBABILITY THEORY AND STOCHASTIC PROCESSES**

**62-XX STATISTICS**

**65-XX NUMERICAL ANALYSIS**

**68-XX COMPUTER SCIENCE**

**70-XX MECHANICS OF PARTICLES AND SYSTEMS**

**74-XX MECHANICS OF DEFORMABLE SOLIDS**

**76-XX FLUID MECHANICS**

**78-XX OPTICS, ELECTROMAGNETIC THEORY**

**80-XX CLASSICAL THERMODYNAMICS, HEAT TRANSFER**

**81-XX QUANTUM THEORY**

**82-XX STATISTICAL MECHANICS, STRUCTURE OF MATTER**

**83-XX RELATIVITY AND GRAVITATIONAL THEORY**

**85-XX ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS**

**86-XX GEOPHYSICS**

**90-XX OPERATIONS RESEARCH, MATHEMATICAL PROGRAMMING**

**91-XX GAME THEORY, ECONOMICS, SOCIAL AND BEHAVIORAL SCIENCES**

**92-XX BIOLOGY AND OTHER NATURAL SCIENCES**

**93-XX SYSTEMS THEORY; CONTROL**

**94-XX INFORMATION AND COMMUNICATION, CIRCUITS**

**97-XX MATHEMATICS EDUCATION**

## **97-XX MATHEMATICS EDUCATION**

### **(143 tematiche ripartite in 22 sottosezioni)**

- 97-00 General reference works (handbooks, dictionaries, bibliographies, etc.)
- 97-01 Instructional exposition (textbooks, tutorial papers, etc.)
- 97-02 Research exposition (monographs, survey articles)
- 97-03 Historical (must also be assigned at least one classification number from Section 01)
- 97-04 Explicit machine computation and programs (not the theory of computation or programming)
- 97-06 Proceedings, conferences, collections, etc.

**97Axx General, mathematics and education (8)**

97A10 Comprehensive works, reference books

97A20 Recreational mathematics, games [See also 00A08]

97A30 History of mathematics and mathematics education [See also 01–XX]

97A40 Mathematics and society

97A50 Bibliographies [See also 01–00]

97A70 Theses and postdoctoral theses

97A80 Popularization of mathematics

97A99 None of the above, but in this section

**97Bxx Educational policy and systems (8)**

97B10 Educational research and planning

97B20 General education

97B30 Vocational education

97B40 Higher education

97B50 Teacher education {For research aspects, see 97C70}

97B60 Adult and further education

97B70 Syllabuses, educational standards

97B99 None of the above, but in this section

**97Cxx Psychology of mathematics education, research in mathematics education (8)**

97C10 Comprehensive works

97C20 Affective behavior

97C30 Cognitive processes, learning theories

97C40 Intelligence and aptitudes

97C50 Language and verbal communities

97C60 Sociological aspects of learning

97C70 Teaching-learning processes

97C99 None of the above, but in this section

**97Dxx Education and instruction in mathematics (9)**

97D10 Comprehensive works, comparative studies

97D20 Philosophical and theoretical contributions (maths didactics)

97D30 Objectives and goals

97D40 Teaching methods and classroom techniques

97D50 Teaching problem solving and heuristic strategies {For research aspects, see 97Cxx}

97D60 Student assessment, achievement control and rating

97D70 Learning difficulties and student errors

97D80 Teaching units and draft lessons

97D99 None of the above, but in this section

**97Exx Foundations of mathematics (7)**

97E10 Comprehensive works

97E20 Philosophy and mathematics

97E30 Logic

97E40 Language of mathematics

97E50 Reasoning and proving in the mathematics classroom

97E60 Sets, relations, set theory

97E99 None of the above, but in this section

**97Fxx Arithmetic, number theory (10)**

97F10 Comprehensive works

97F20 Pre-numerical stage, concept of numbers

97F30 Natural numbers

97F40 Integers, rational numbers

97F50 Real numbers, complex numbers

97F60 Number theory

97F70 Measures and units

97F80 Ratio and proportion, percentages

97F90 Real life mathematics, practical arithmetic

97F99 None of the above, but in this section

**97Gxx Geometry (9)**

97G10 Comprehensive works

97G20 Informal geometry

97G30 Areas and volumes

97G40 Plane and solid geometry

97G50 Transformation geometry

97G60 Plane and spherical trigonometry

97G70 Analytic geometry. Vector algebra

97G80 Descriptive geometry

97G99 None of the above, but in this section

**97Hxx Algebra (7)**

97H10 Comprehensive works

97H20 Elementary algebra

97H30 Equations and inequalities

97H40 Groups, rings, fields

97H50 Ordered algebraic structures

97H60 Linear algebra

97H99 None of the above, but in this section

**97lxx Analysis (9)**

97l10 Comprehensive works

97l20 Mappings and functions

97l30 Sequences and series

97l40 Differential calculus

97l50 Integral calculus

97l60 Functions of several variables

97l70 Functional equations

97l80 Complex analysis

97l99 None of the above, but in this section

**97Kxx Combinatorics, graph theory, probability theory, statistics (9)**

97K10 Comprehensive works

97K20 Combinatorics

97K30 Graph theory

97K40 Descriptive statistics

97K50 Probability theory

97K60 Distributions and stochastic processes

97K70 Foundations and methodology of statistics

97K80 Applied statistics

97K99 None of the above, but in this section

**97Mxx Mathematical modeling, applications of mathematics (9)**

97M10 Modeling and interdisciplinarity

97M20 Mathematics in vocational training and career education

97M30 Financial and insurance mathematics

97M40 Operations research, economics

97M50 Physics, astronomy, technology, engineering

97M60 Biology, chemistry, medicine

97M70 Behavioral and social sciences

97M80 Arts, music, language, architecture

97M99 None of the above, but in this section

**97Nxx Numerical mathematics (9)**

97N10 Comprehensive works

97N20 Rounding, estimation, theory of errors

97N30 Numerical algebra

97N40 Numerical analysis

97N50 Interpolation and approximation

97N60 Mathematical programming

97N70 Discrete mathematics

97N80 Mathematical software, computer programs

97N99 None of the above, but in this section

**97Pxx Computer science (8)**

97P10 Comprehensive works

97P20 Theory of computer science

97P30 System software

97P40 Programming languages

97P50 Programming techniques

97P60 Hardware

97P70 Computer science and society

97P99 None of the above, but in this section

**97Qxx Computer science education (9)**

97Q10 Comprehensive works

97Q20 Affective aspects in teaching computer science

97Q30 Cognitive processes

97Q40 Sociological aspects

97Q50 Objectives

97Q60 Teaching methods and classroom techniques

97Q70 Student assessment

97Q80 Teaching units

97Q99 None of the above, but in this section

**97Rxx Computer science applications (9)**

97R10 Comprehensive works, collections of programs

97R20 Applications in mathematics

97R30 Applications in sciences

97R40 Artificial intelligence

97R50 Data bases, information systems

97R60 Computer graphics

97R70 User programs, administrative applications

97R80 Recreational computing

97R99 None of the above, but in this section

**97Uxx Educational material and media, educational technology (9)**

97U10 Comprehensive works

97U20 Textbooks. Textbook research

97U30 Teachers' manuals and planning aids

97U40 Problem books. Competitions. Examinations

97U50 Computer assisted instruction; e-learning

97U60 Manipulative materials

97U70 Technological tools, calculators

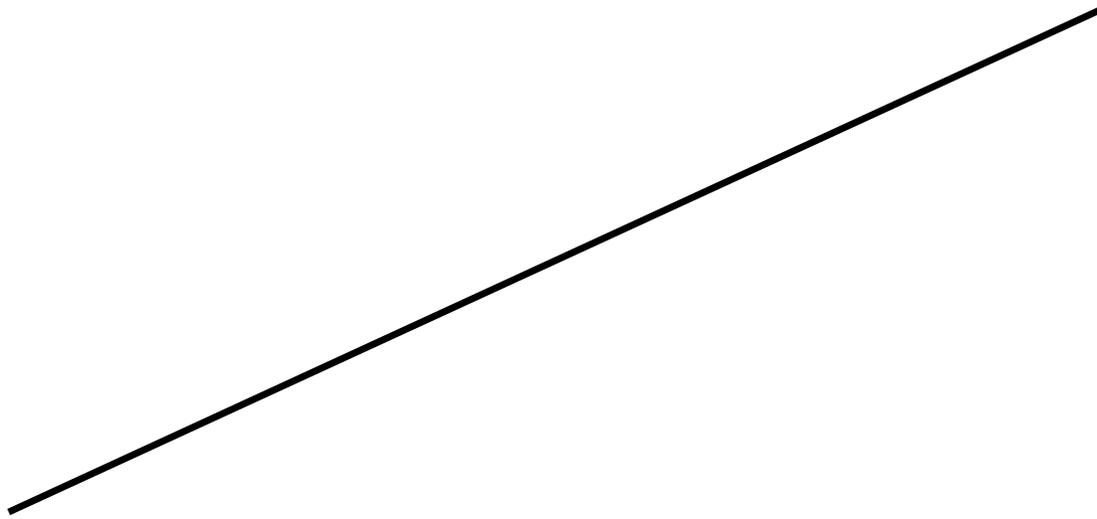
97U80 Audiovisual media

97U99 None of the above, but in this section

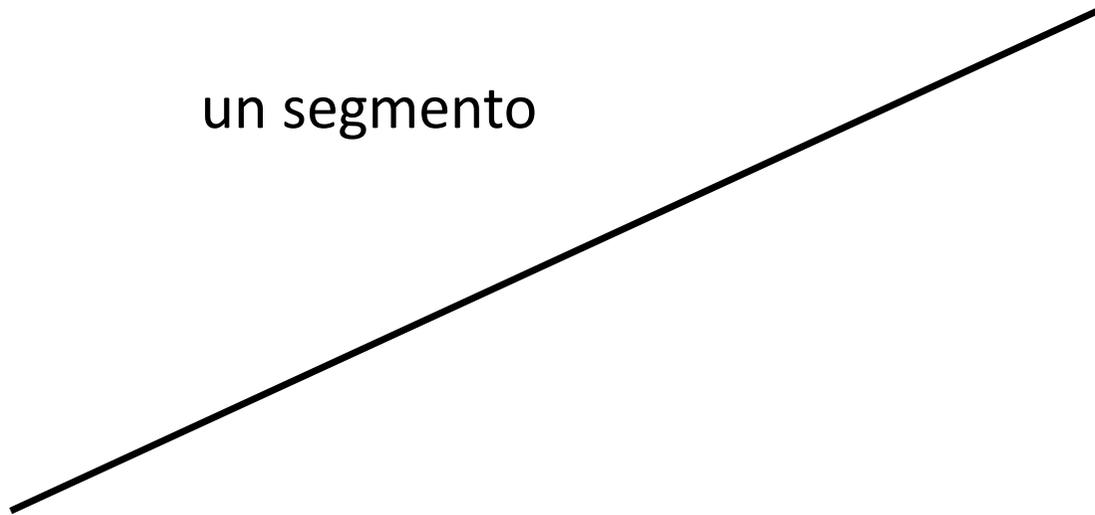
Accenni di  
prematematica  
(protomatematica)

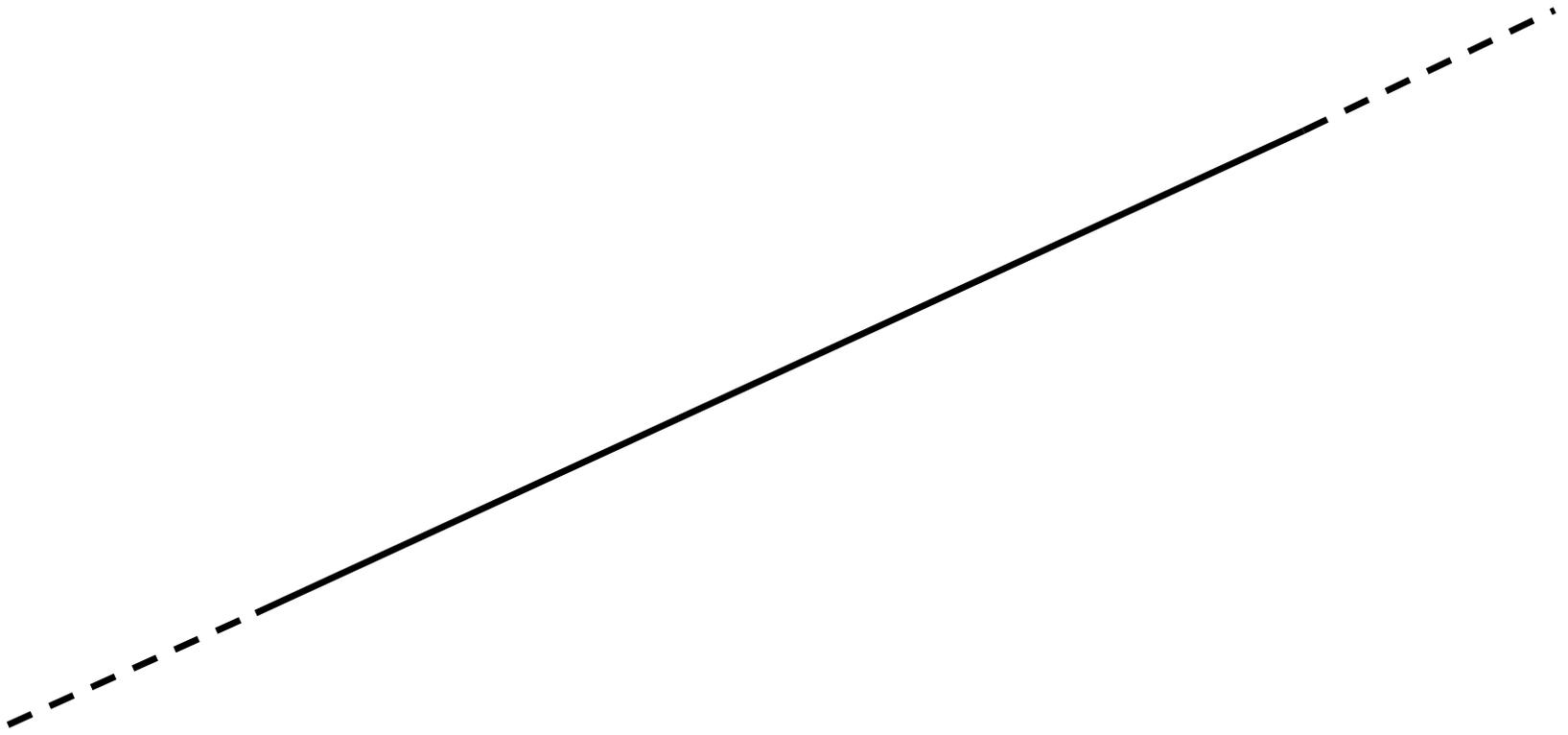
Contare ...

Misurare ...

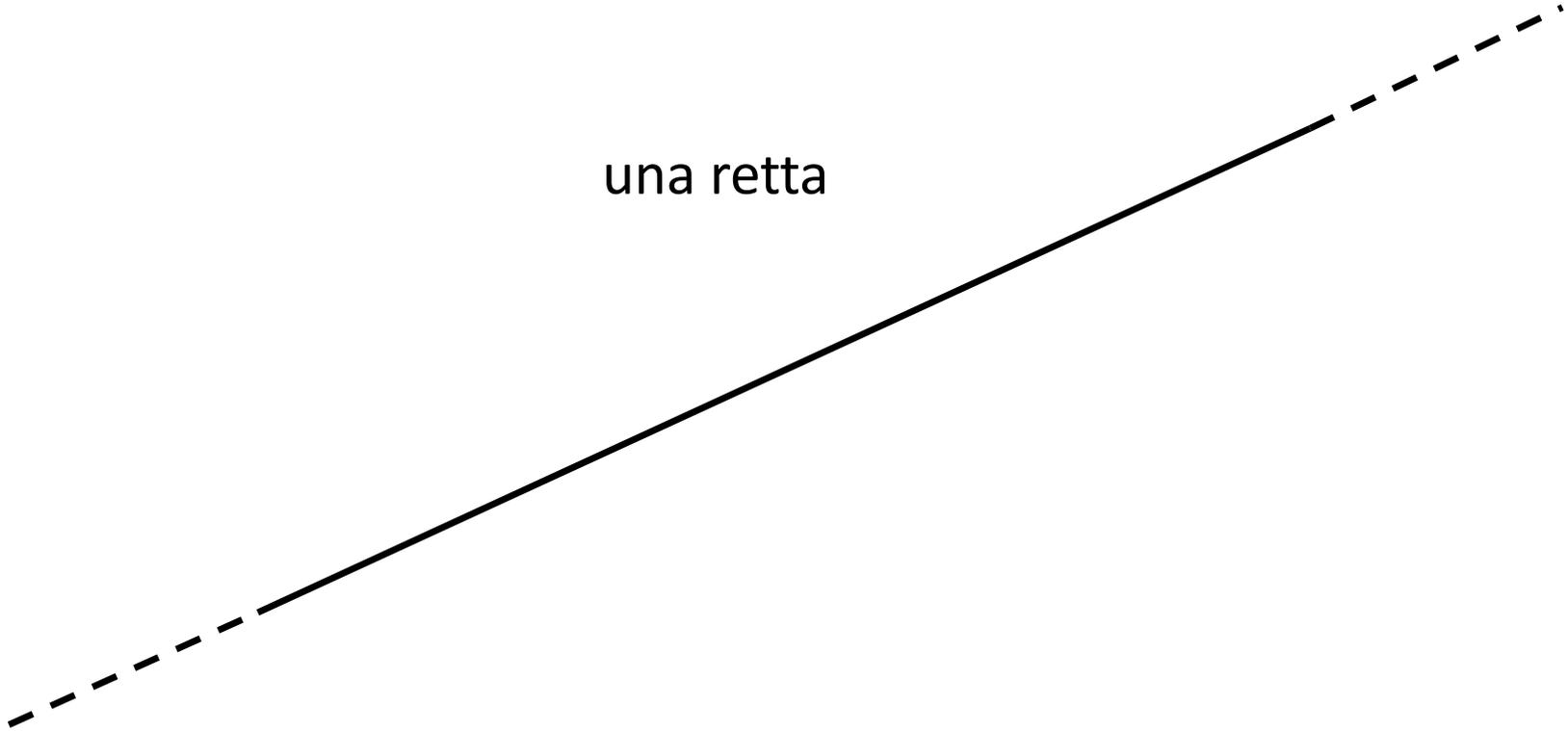


un segmento

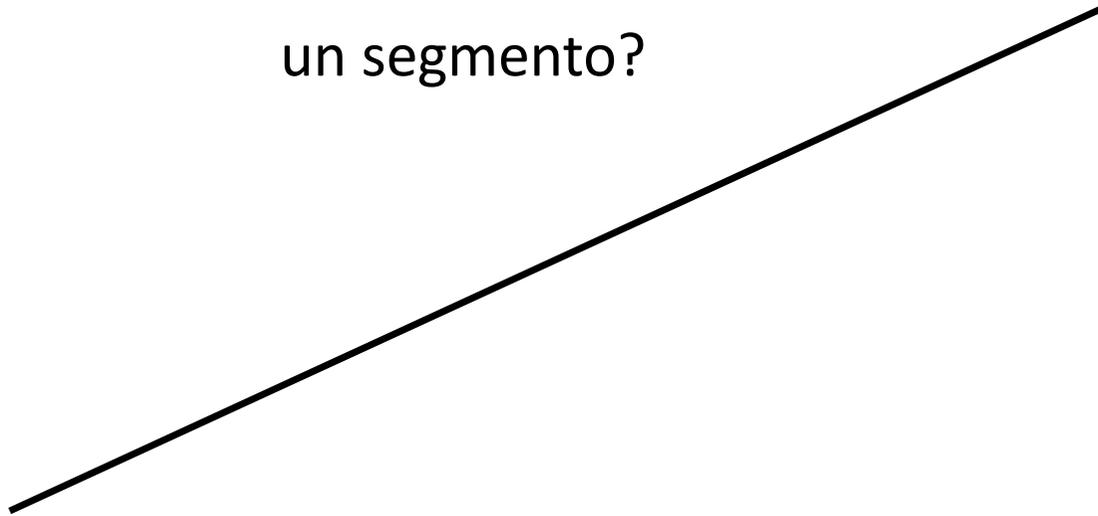




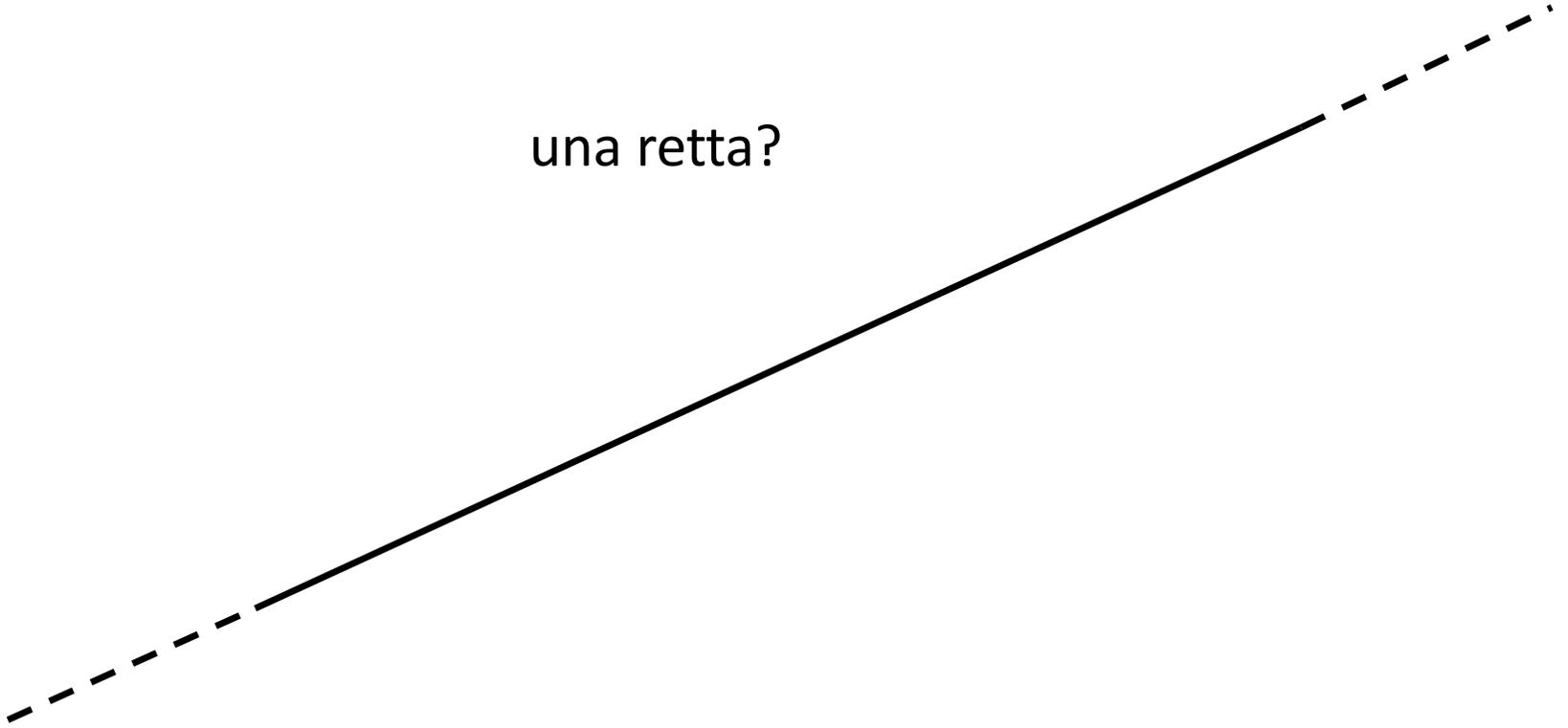
una retta



un segmento?



una retta?



Tutti, credo, ne abbiamo un'idea.

Tutti, credo, ne abbiamo un'idea.

Nel primo dei tredici libri degli *Elementi* di EUCLIDE, i primi quattro *termini* elencati (*definizioni?*) sono:

Tutti, credo, ne abbiamo un'idea.

Nel primo dei tredici libri degli *Elementi* di EUCLIDE, i primi quattro *termini* elencati (*definizioni?*) sono:

1. Il *punto* è ciò che non ha parti.

Tutti, credo, ne abbiamo un'idea.

Nel primo dei tredici libri degli *Elementi* di EUCLIDE, i primi quattro *termini* elencati (*definizioni?*) sono:

1. Il *punto* è ciò che non ha parti.
2. La *linea* è lunghezza senza larghezza.

Tutti, credo, ne abbiamo un'idea.

Nel primo dei tredici libri degli *Elementi* di EUCLIDE, i primi quattro *termini* elencati (*definizioni?*) sono:

1. Il *punto* è ciò che non ha parti.
2. La *linea* è lunghezza senza larghezza.
3. Gli *estremi* della linea sono punti.

Tutti, credo, ne abbiamo un'idea.

Nel primo dei tredici libri degli *Elementi* di EUCLIDE, i primi quattro *termini* elencati (*definizioni?*) sono:

1. Il *punto* è ciò che non ha parti.
2. La *linea* è lunghezza senza larghezza.
3. Gli *estremi* della linea sono punti.
4. La *linea retta* è ciò che giace ugualmente rispetto ai suoi punti.



<<Gli agrimensori egizi erano chiamati dai greci  
“**arpedonapti**”, *annodatori di funi*.

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Gli agrimensori egizi erano chiamati dai greci  
“**arpedonapti**”, *annodatori di funi*.  
Il motivo di questo nome è evidente:  
le **funi** e i **picchetti**  
sono gli strumenti principali della geometria pratica  
[...]

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Gli agrimensori egizi erano chiamati dai greci  
“**arpedonapti**”, *annodatori di funi*.

Il motivo di questo nome è evidente:

le ***funi*** e i ***picchetti***

sono gli strumenti principali della geometria pratica  
[...]

I picchetti segnano in terra i punti; le funi ad essi  
annodate tracciano le due linee più semplici e più  
importanti della geometria: la retta e il cerchio.>>

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<La prima linea (la retta) è tracciata semplicemente tendendo una fune fra due punti, un'**operazione** di cui resta un'immagine nelle espressioni “*tirare una retta*”, “*tirare una perpendicolare*”, proprie di molte lingue moderne; [...] >>

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Possiamo allora avanzare un'ipotesi:  
che gli oggetti matematici  
provengano **non** dall'astrazione da oggetti reali,  
di cui descriverebbero i tratti caratteristici,  
ma da un processo di  
***oggettualizzazione delle procedure.***

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Possiamo allora avanzare un'ipotesi:  
che gli oggetti matematici  
provengano **non** dall'astrazione da oggetti reali,  
di cui descriverebbero i tratti caratteristici,  
ma da un processo di  
**oggettualizzazione delle procedure.**

Essi non derivano da una realtà esterna,  
indipendente dall'uomo, di cui rappresenterebbero  
l'essenza depurata dalle impurità materiali,  
ma formalizzano l'**operare umano.**>>

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Si tratta sempre, e non potrebbe essere altrimenti,  
di un processo di astrazione, [...]

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Si tratta sempre, e non potrebbe essere altrimenti,  
di un processo di astrazione, [...]  
ma l'astrazione avviene non a partire dai dati della realtà,  
ma dalle **operazioni** della tecnica;

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Si tratta sempre, e non potrebbe essere altrimenti,  
di un processo di astrazione, [...]  
ma l'astrazione avviene non a partire dai dati della realtà,  
ma dalle **operazioni** della tecnica;  
la matematica (classica) non è figlia della natura,  
ma dell'arte (**dell'artigiano**).

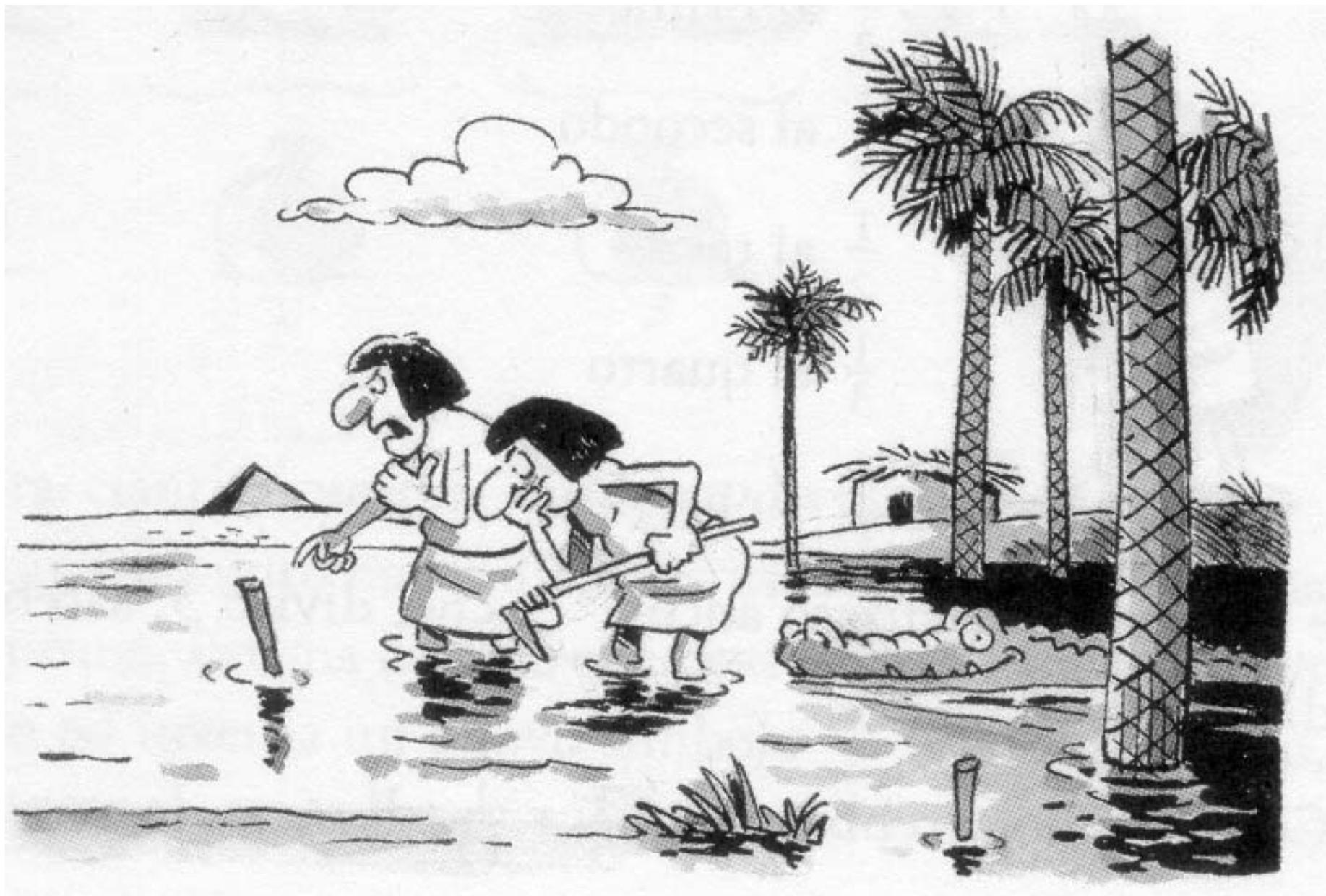
[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

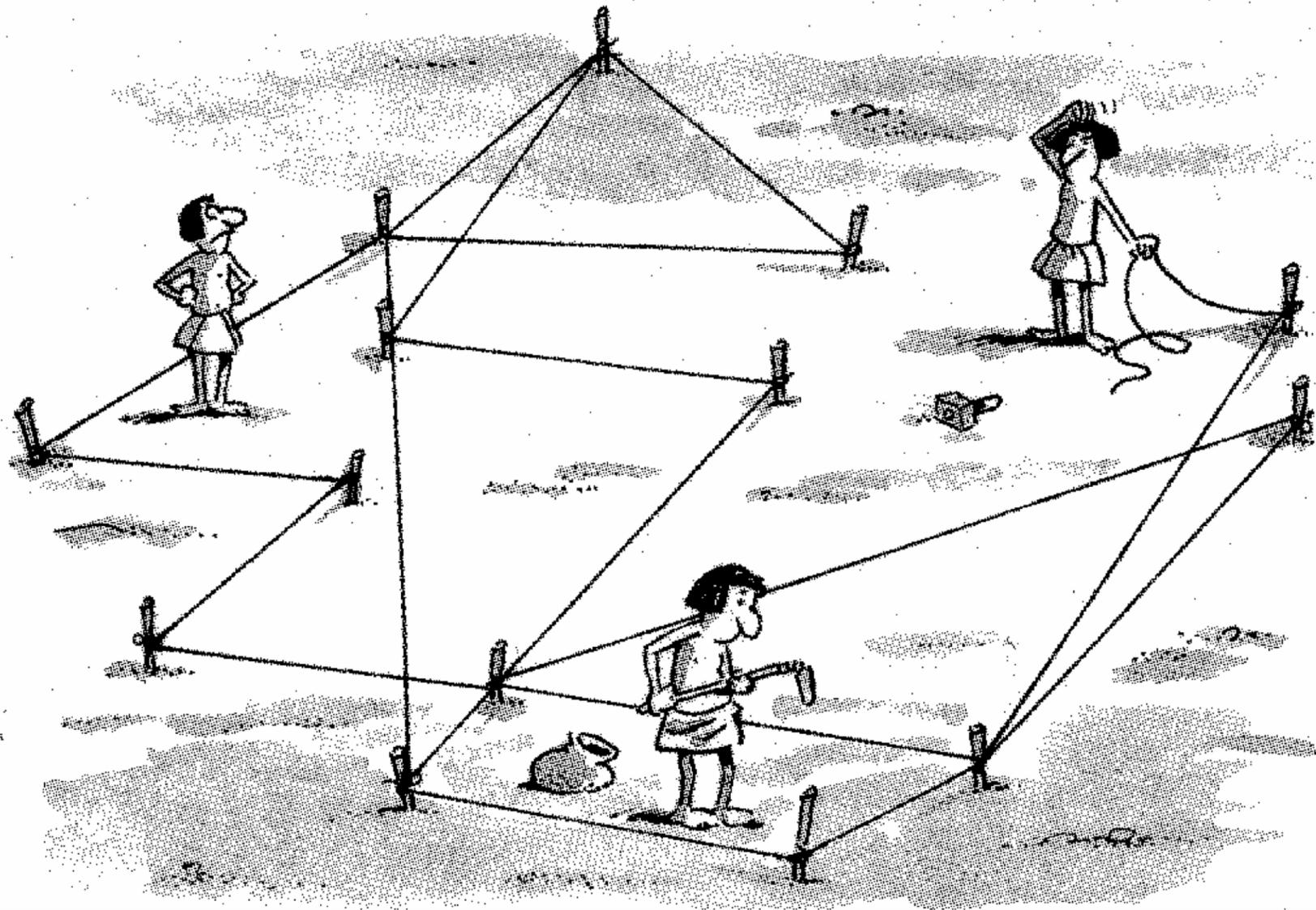
<<Si tratta sempre, e non potrebbe essere altrimenti,  
di un processo di astrazione, [...]  
ma l'astrazione avviene non a partire dai dati della realtà,  
ma dalle **operazioni** della tecnica;  
la matematica (classica) non è figlia della natura,  
ma dell'arte (**dell'artigiano**).  
In questa formalizzazione, le definizioni e i postulati  
svolgono un'opera di traduzione

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]

<<Si tratta sempre, e non potrebbe essere altrimenti,  
di un processo di astrazione, [...]  
ma l'astrazione avviene non a partire dai dati della realtà,  
ma dalle **operazioni** della tecnica;  
la matematica (classica) non è figlia della natura,  
ma dell'arte (**dell'artigiano**).  
In questa formalizzazione, le definizioni e i postulati  
svolgono un'opera di traduzione  
dai **procedimenti empirici** della prassi  
alle figure e alle **operazioni astratte** della geometria. [...] >>

[E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 1999, 24]





Il segmento è un'astrazione  
(il frutto di un processo di astrazione)  
dell'operazione pratica  
(tendere una fune fra due picchetti)  
e dell'operazione mentale di immaginarla,  
questa fune, omogenea e senza spessore.

Paolo *PAGLI*, *Mente matematica-Iconografia di una tensione*,  
Edizioni ETS, Pisa, 2010.

**MATEMATICA:**  
*le dimostrazioni?*

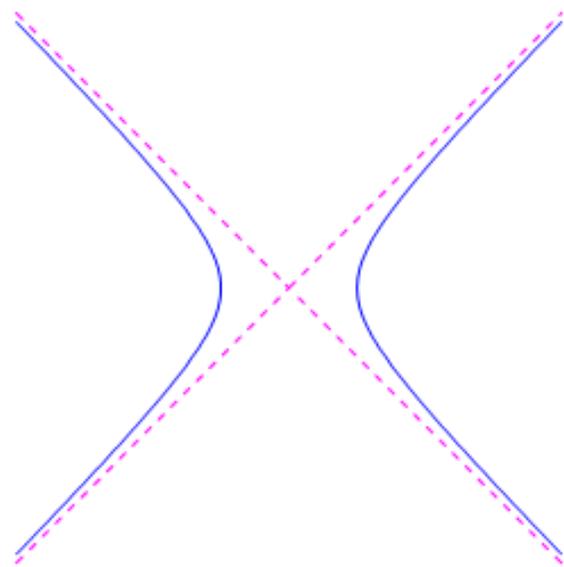
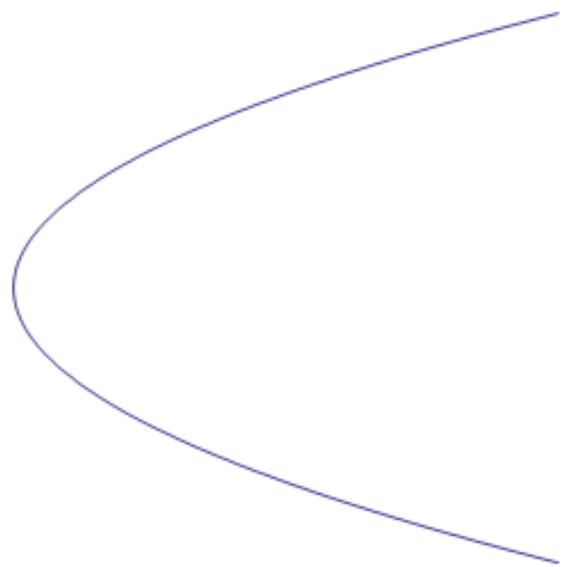
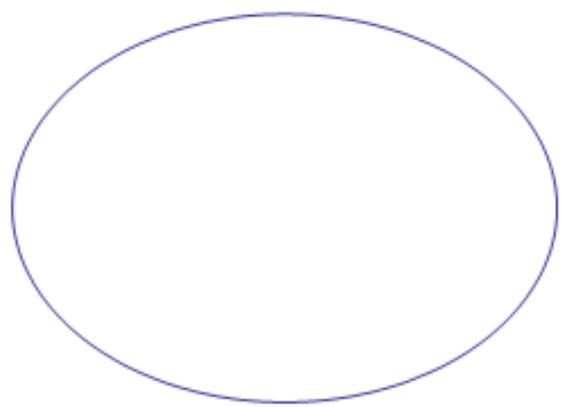
Gabriele LOLLI, *QED – Fenomenologia della dimostrazione*,  
Bollati Boringhieri, Torino, 2005.

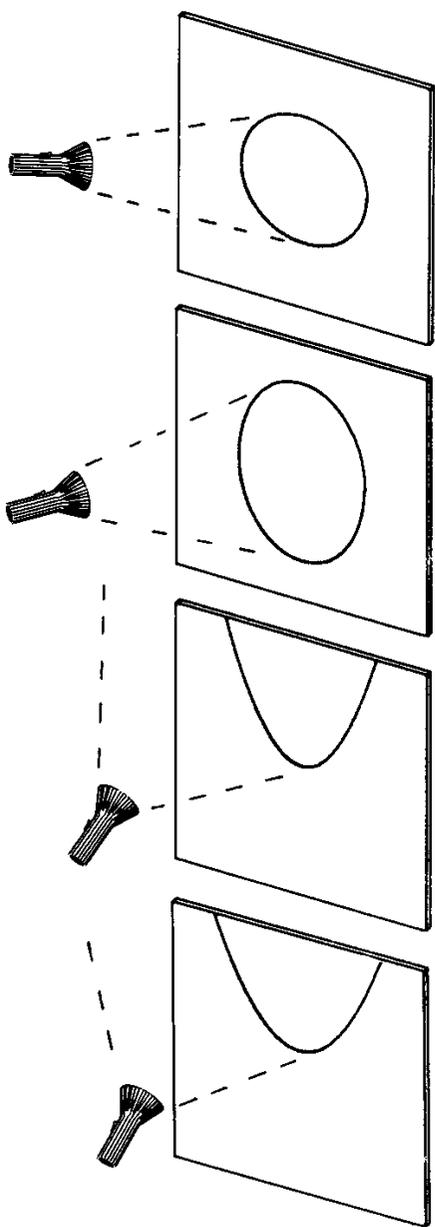
**MATEMATICA:**  
*a che cosa serve?*

**MATEMATICA PURA?**  
**MATEMATICA APPLICATA?**

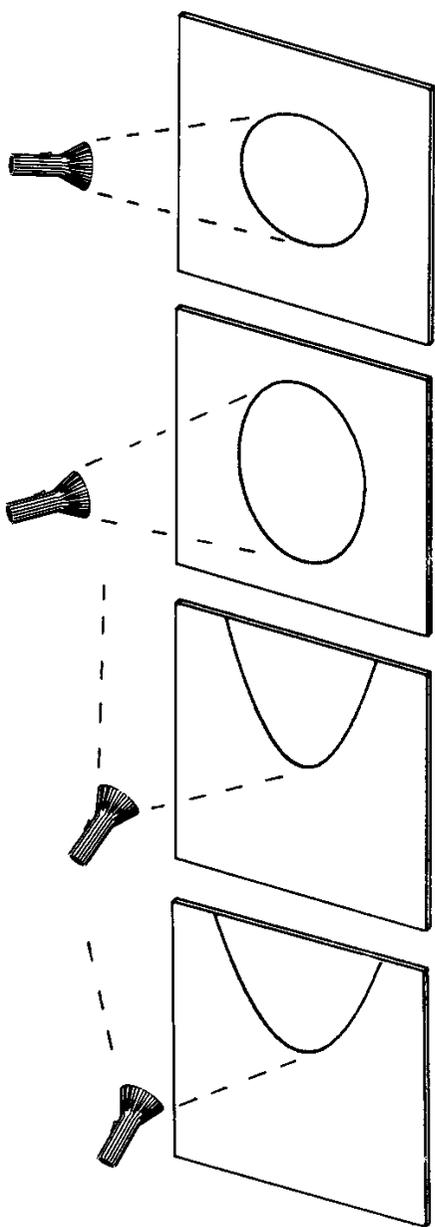
**SOLTANTO DUE ESEMPI**

# **PRIMO ESEMPIO: LE CONICHE**

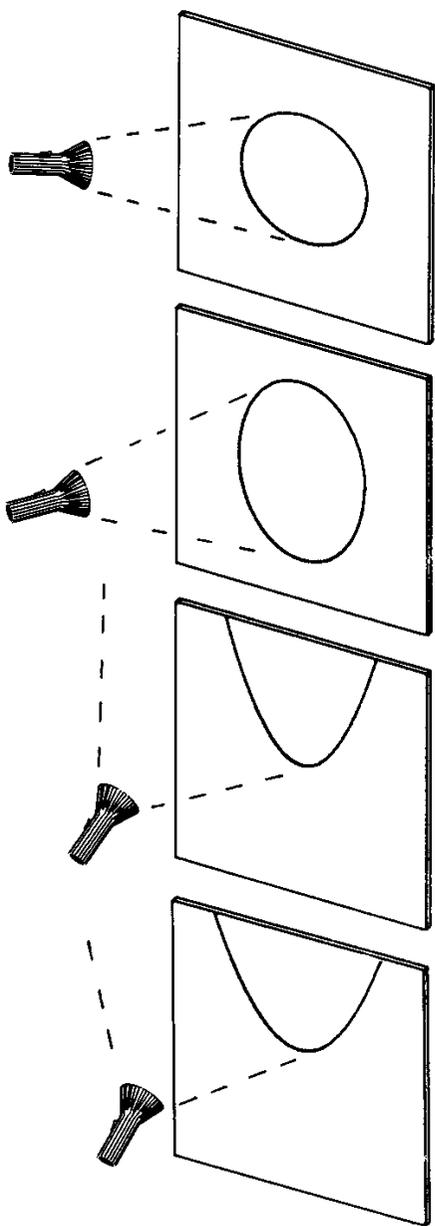




Accendendo una torcia elettrica dotata di una lente di **forma circolare**, la luce della lampadina, uscendo dalla lente, formerà un **cono** di luce avente come **vertice** il centro della lampadina e come **asse** la retta passante per questo centro e per il centro della lente.

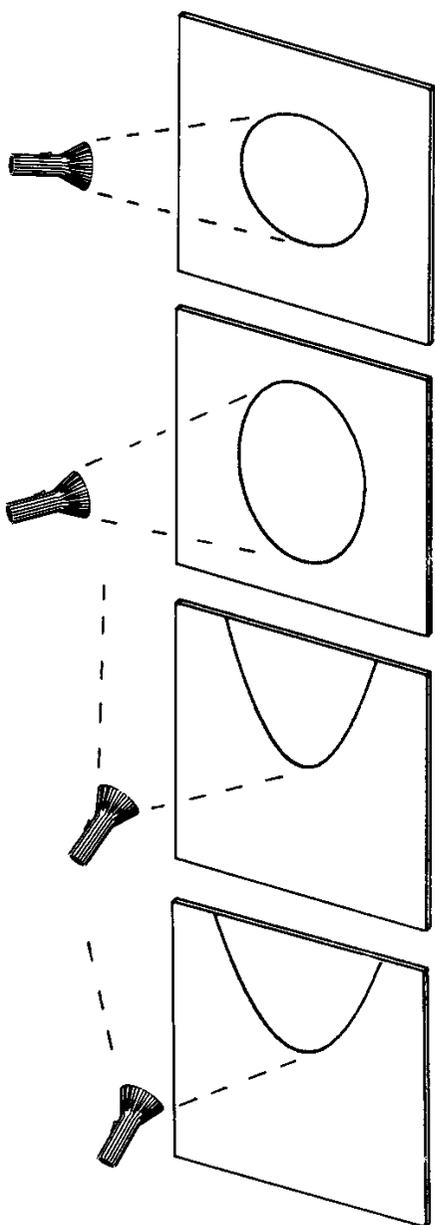


Accendendo una torcia elettrica dotata di una lente di **forma circolare**, la luce della lampadina, uscendo dalla lente, formerà un **cono** di luce avente come **vertice** il centro della lampadina e come **asse** la retta passante per questo centro e per il centro della lente. Dirigiamo ora il raggio luminoso verso una parete: la parte illuminata assumerà forme diverse, a seconda dell'inclinazione dell'asse.



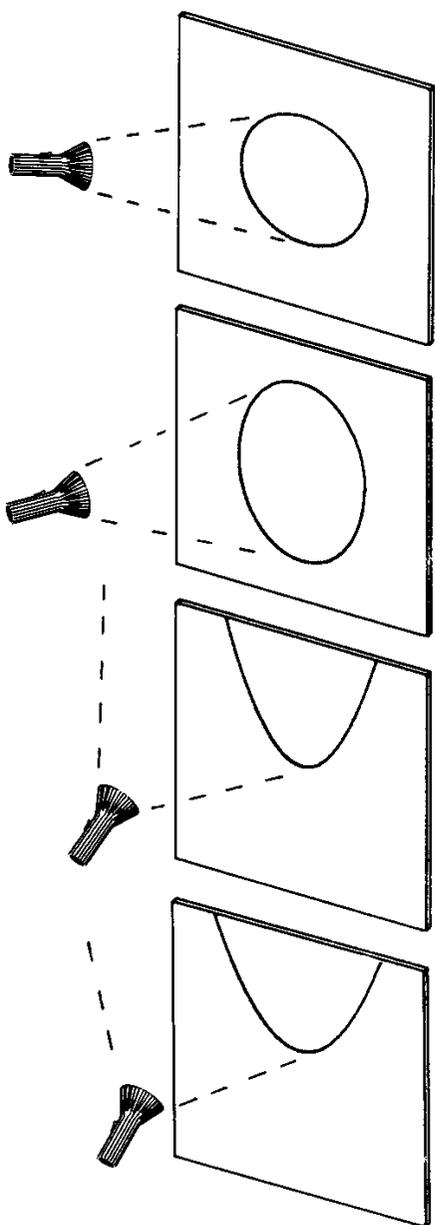
Precisamente:

- se il muro viene illuminato perpendicolarmente (dunque *l'asse del cono di luce è perpendicolare alla parete*), si forma un **cerchio**, tanto più grande quanto maggiore è la distanza della lampadina dalla parete.



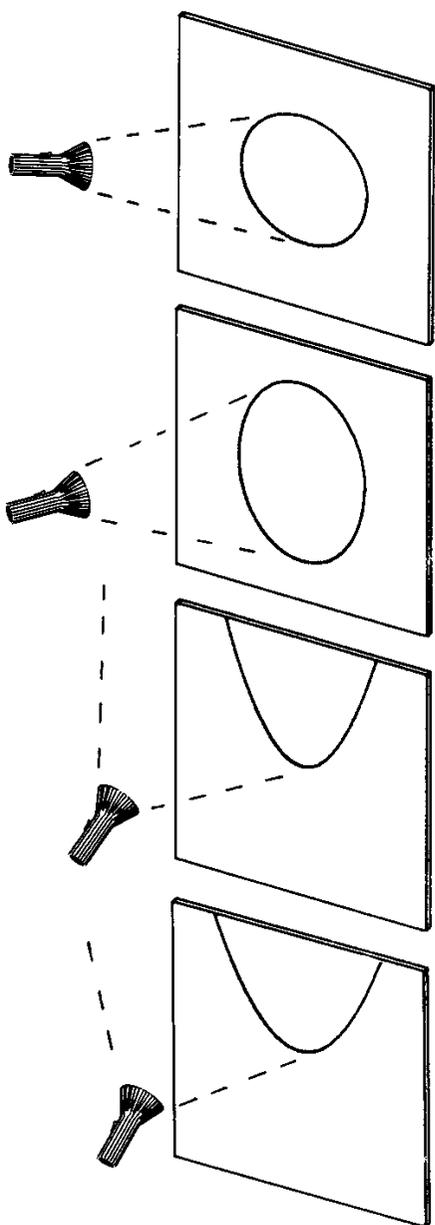
Precisamente:

- se il muro viene illuminato perpendicolarmente (dunque *l'asse del cono di luce è perpendicolare* alla parete), si forma un **cerchio**, tanto più grande quanto maggiore è la distanza della lampadina dalla parete.
- Se ora, lentamente, incominciamo a inclinare la torcia, il cerchio via via si deforma assumendo una forma delimitata da una linea prima ancora quasi circolare, poi sempre più allungata: si tratta di una **ellisse**. Che via via si schiaccia sempre di più, fin quando il raggio più esterno del fascio di luce diventa *parallelo* alla parete.



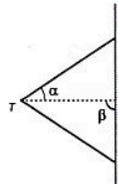
Precisamente:

- se il muro viene illuminato perpendicolarmente (dunque *l'asse del cono di luce è perpendicolare* alla parete), si forma un **cerchio**, tanto più grande quanto maggiore è la distanza della lampadina dalla parete.
- Se ora, lentamente, incominciamo a inclinare la torcia, il cerchio via via si deforma assumendo una forma delimitata da una linea prima ancora quasi circolare, poi sempre più allungata: si tratta di una **ellisse**. Che via via si schiaccia sempre di più, fin quando il raggio più esterno del fascio di luce diventa *parallelo* alla parete.
- In questo preciso istante sparisce l'ellisse e compare una **parabola**. Ora basta girare ancora un po', il raggio più esterno *diverge* dalla parete, e la parabola si muta in una

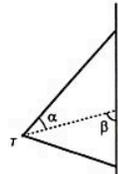


Precisamente:

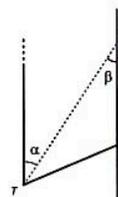
- se il muro viene illuminato perpendicolarmente (dunque *l'asse del cono di luce è perpendicolare* alla parete), si forma un **cerchio**, tanto più grande quanto maggiore è la distanza della lampadina dalla parete.
- Se ora, lentamente, incominciamo a inclinare la torcia, il cerchio via via si deforma assumendo una forma delimitata da una linea prima ancora quasi circolare, poi sempre più allungata: si tratta di una **ellisse**. Che via via si schiaccia sempre di più, fin quando il raggio più esterno del fascio di luce diventa *parallelo* alla parete.
- In questo preciso istante sparisce l'ellisse e compare una **parabola**. Ora basta girare ancora un po', il raggio più esterno *diverge* dalla parete, e la parabola si muta in una
- **iperbole**.



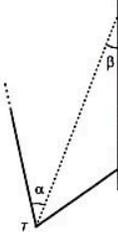
$\alpha < \beta, \beta = 90^\circ$   
circonferenza



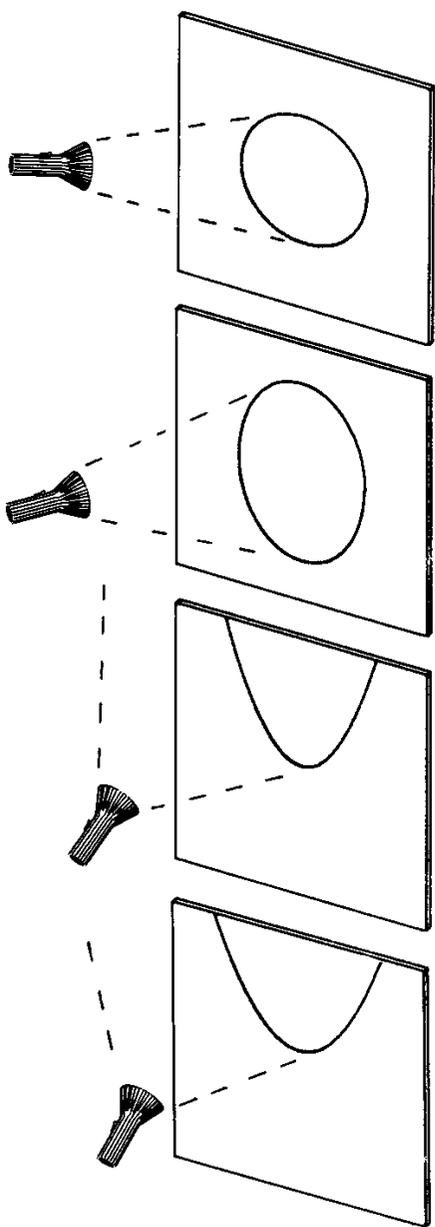
$\alpha < \beta, \beta < 90^\circ$   
ellisse



$\alpha = \beta$   
parabola



$\alpha > \beta$   
iperbole



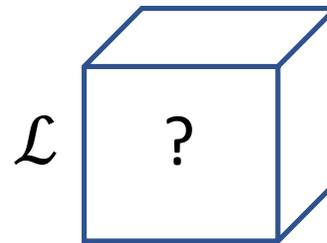
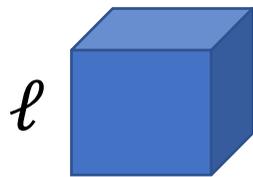
Queste quattro curve prendono il nome comune di **sezioni coniche** (o, più semplicemente, di **coniche**), dato che esse appaiono come sezioni di un cono (il cono di luce) con un piano (il piano della parete).

In realtà, almeno nel caso dell'iperbole, l'esperimento della torcia elettrica ci dà solo metà della curva. L'iperbole completa si ottiene considerando il cono completo, formato cioè da due coni, aventi lo stesso asse, uniti per il vertice.

Le familiari tre curve chiamate «coniche» hanno una lunga storia (di circa **ventiquattro** secoli).

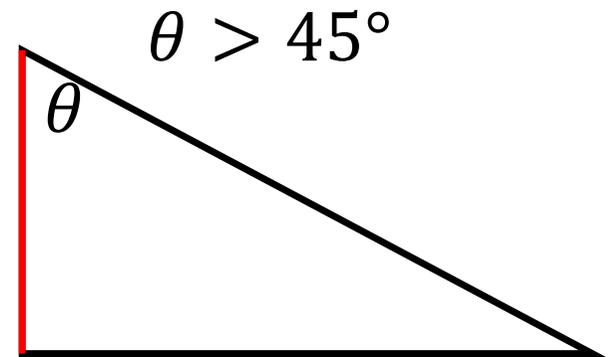
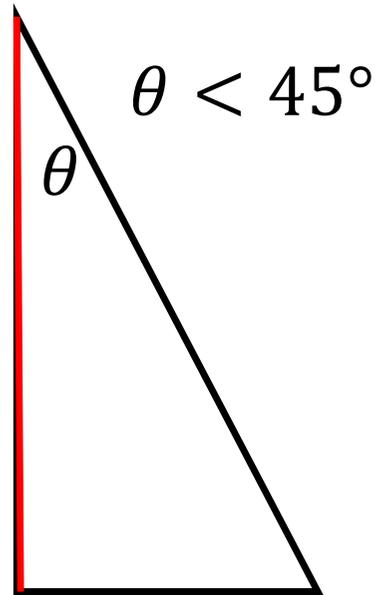
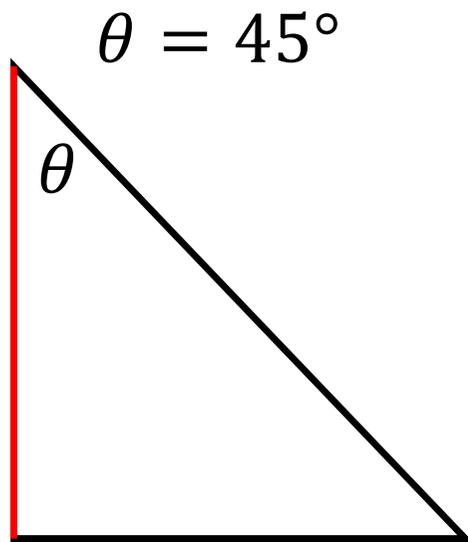
La loro scoperta è attribuita a MENECSMO che ha operato intorno al 350 a.C. (secondo la tradizione, usando delle parabole, avrebbe risolto il «problema della duplicazione del cubo»)..

La ***duplicazione di un cubo***  
è uno dei **tre** problemi classici  
della matematica greca (gli altri due sono  
la ***trisezione di un angolo*** e la ***quadratura di un cerchio***):  
dato un cubo di lato  $\ell$ , costruire un cubo di volume doppio,  
cioè di lato  $\mathcal{L}$  tale che  $\mathcal{L}^3 = 2\ell^3$ .

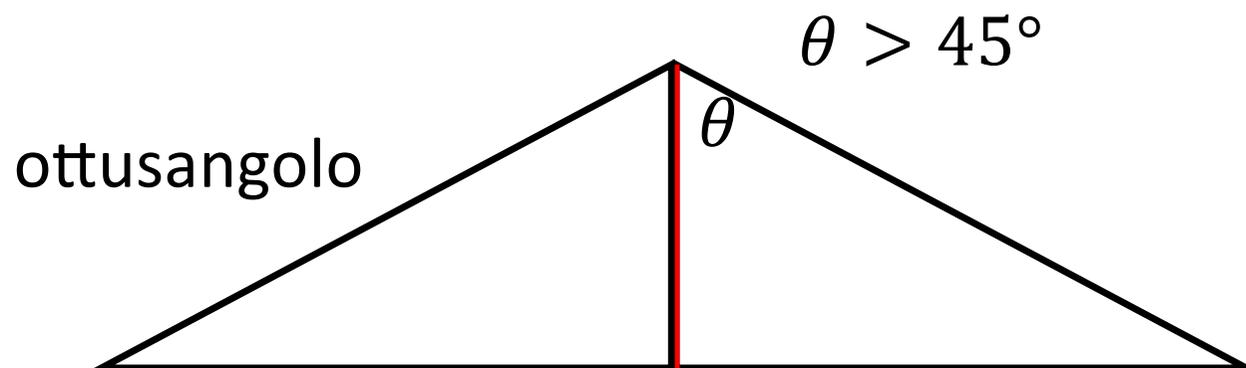
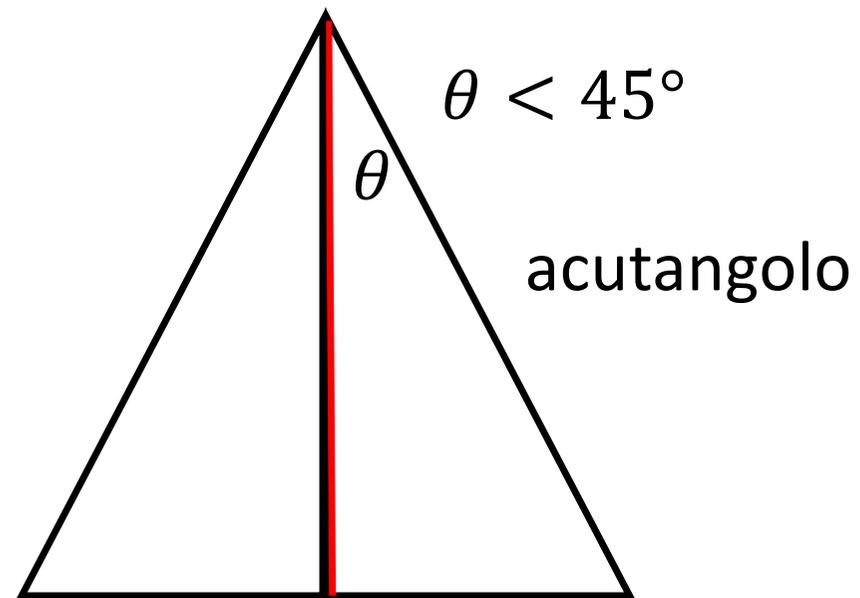
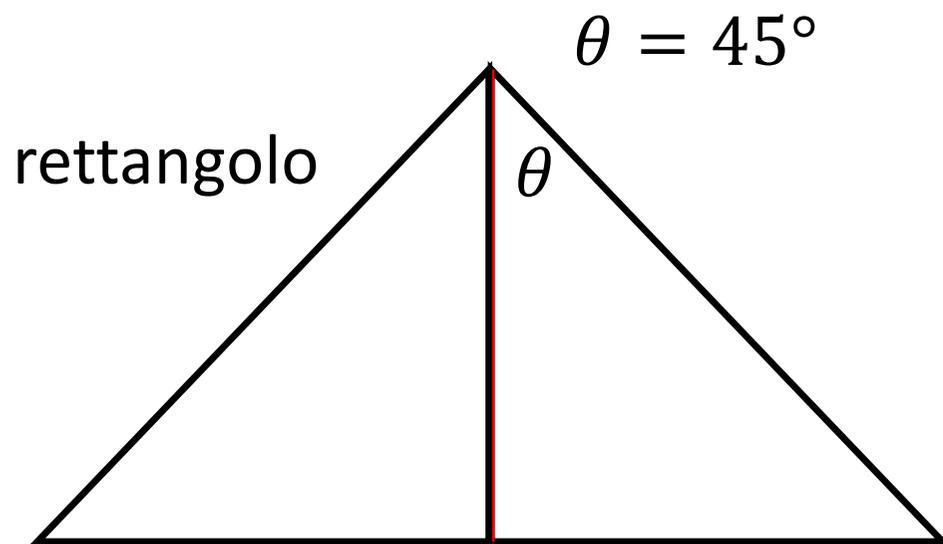


La costruzione di  
MENECSMO  
di Alopeconnesus (Tracia, oggi Turchia)  
[c.380 – c. 320 a.C.]

MENECSMO considerava un *cono circolare retto*, generato dall'ipotenusa di un triangolo rettangolo che ruota intorno a un suo cateto. A seconda dell'angolo  $\theta$  formato con l'ipotenusa dal cateto-asse di rotazione, si ottengono *tre* tipi diversi di coni circolari retti, detti ***rettangolo*** (se  $\theta = 45^\circ$ , cioè se il triangolo rettangolo è isoscele), ***acutangolo*** (se  $\theta < 45^\circ$ , cioè se il triangolo rettangolo non isoscele ruota intorno al cateto maggiore), ***ottusangolo*** (se  $\theta > 45^\circ$ , cioè se il triangolo rettangolo non isoscele ruota intorno al cateto minore).



asse di rotazione

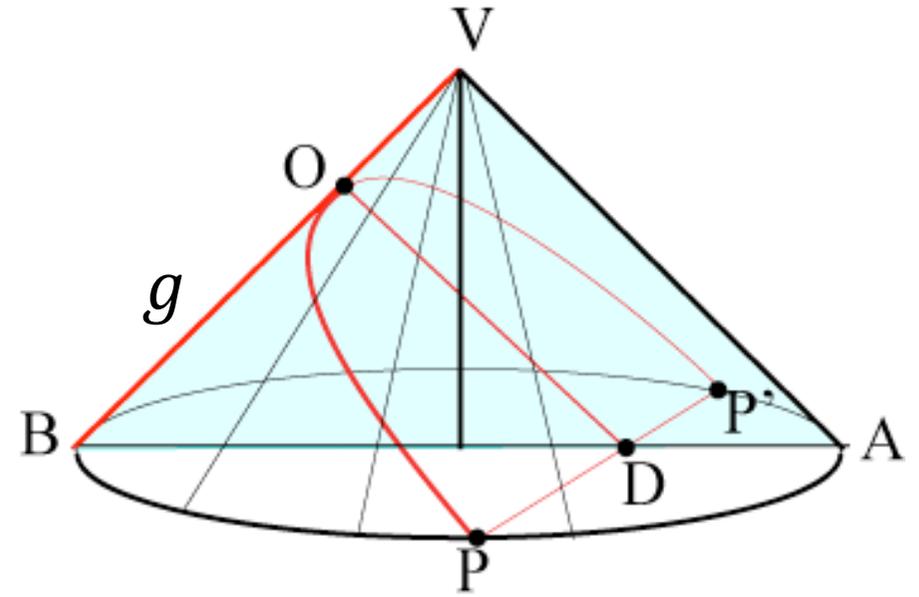
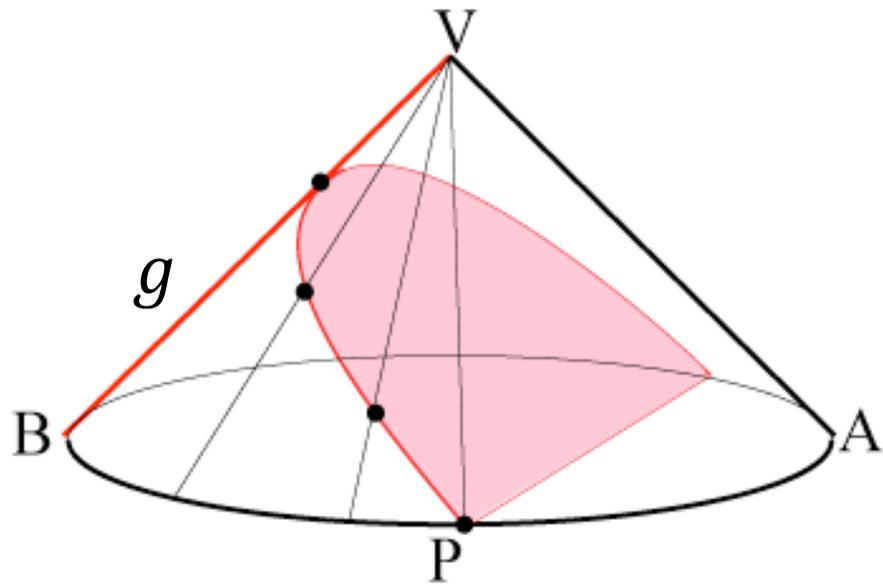


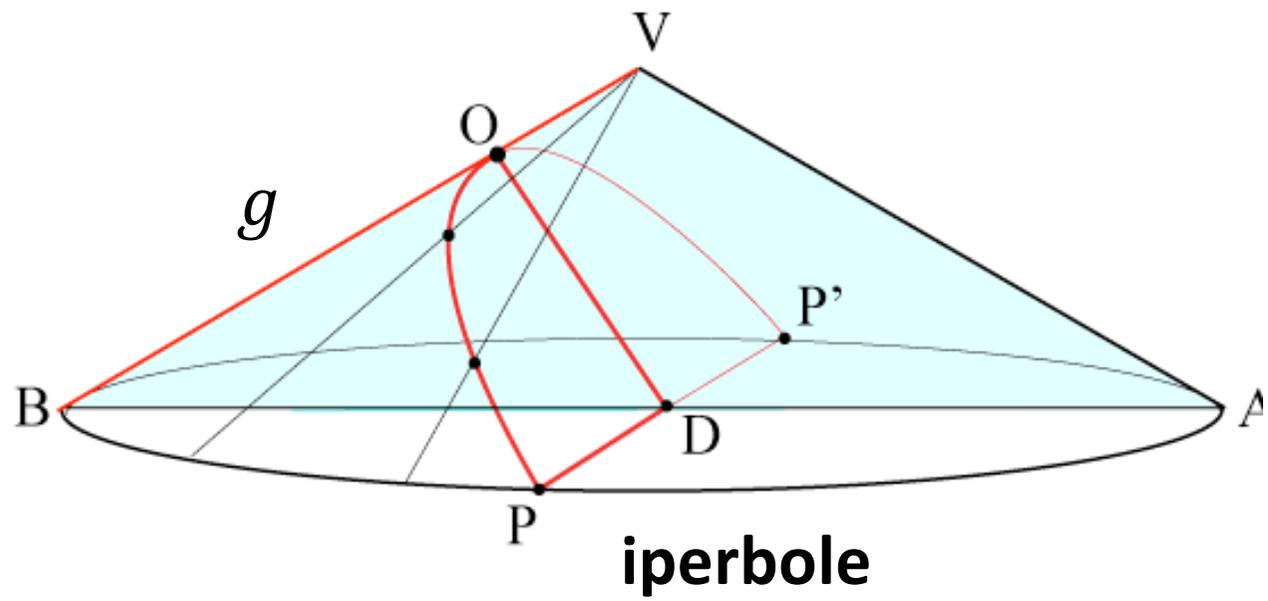
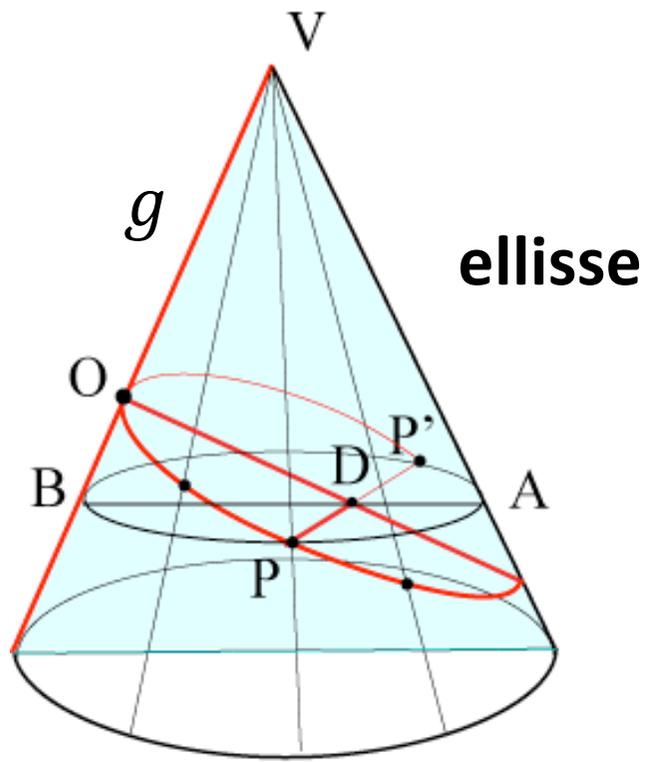
MENECHMO considera poi un piano  $\alpha$  *perpendicolare* a una generatrice  $g$  del cono (e non passante per il vertice del cono). L'intersezione di  $\alpha$  e del cono è una curva:

- una ***parabola***, se il cono è rettangolo,
- una ***ellisse***, se il cono è acutangolo,
- un ramo di ***iperbole***, se il cono è ottusangolo.

[N.B. Da MENECHMO venivano usati altri nomi].

# parabola



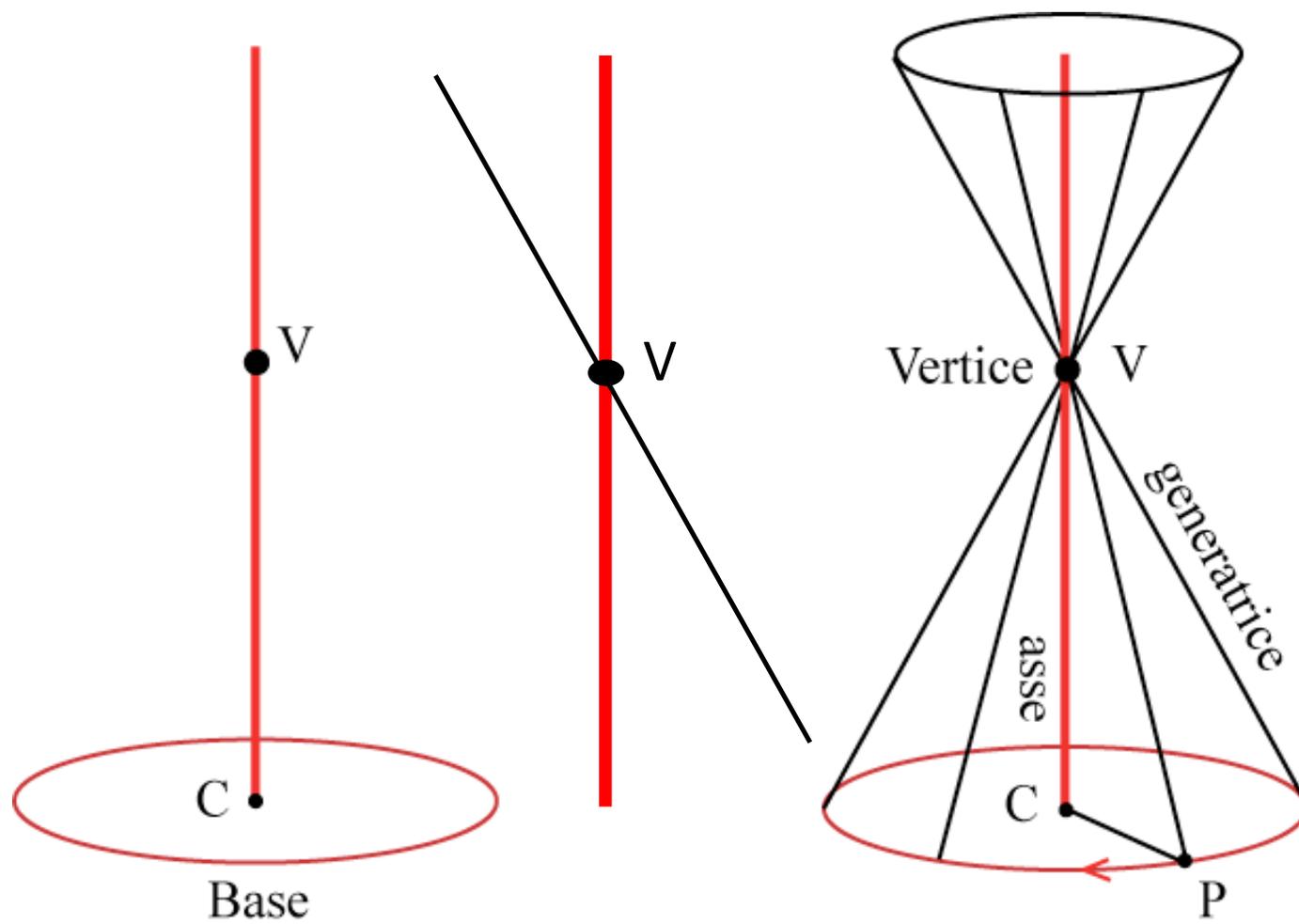


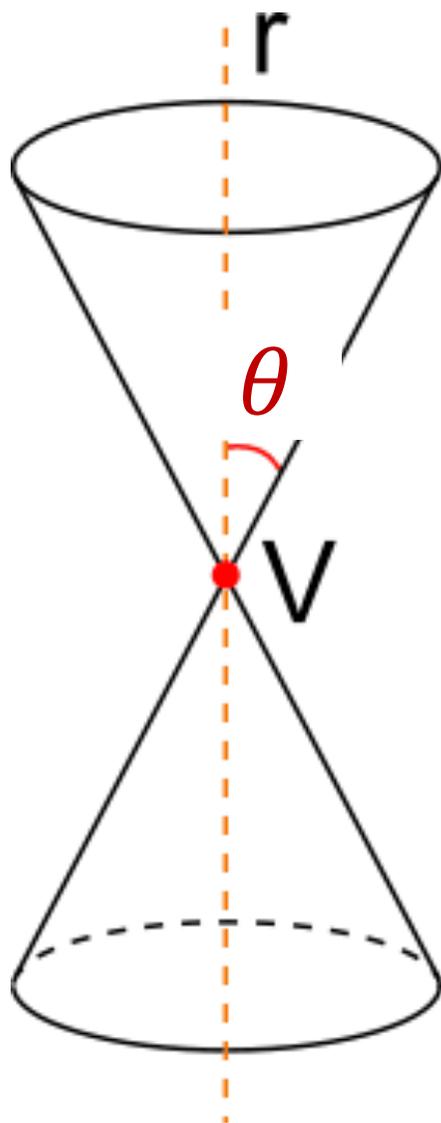
Queste curve subito attrassero l'attenzione dei migliori geometri greci [ARISTEO, EUCLIDE, ARCHIMEDE, APOLLONIO] fino al tempo di PAPPO di Alessandria [c.290 - c.350 d.C.].

La costruzione di  
APOLLONIO  
di Perga (Ionia Greca, oggi Turchia)  
[c. 262 – c. 190 a.C., in Alessandria],

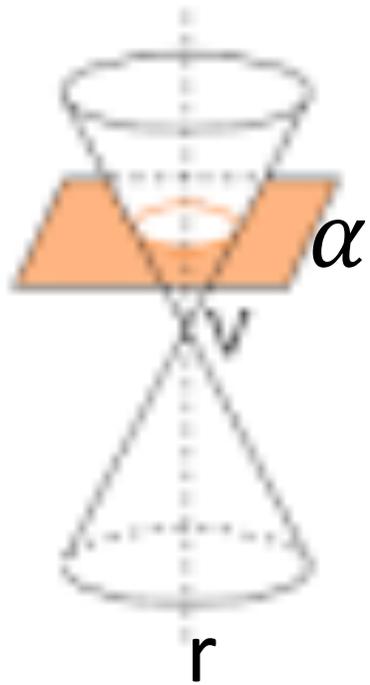
*Sezioni coniche* di APOLLONIO  
(otto libri e 487 proposizioni)

Ad APOLLONIO di Perga dobbiamo lo studio più ampio che ci sia giunto dall'antichità, riguardante le sezioni coniche. Apollonio dimostra tra l'altro una serie di proprietà che condurranno a importanti applicazioni in molti campi della scienza e della tecnica.



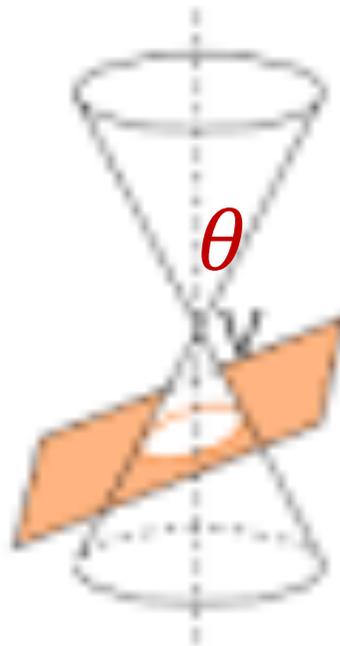


Circonfrenza



$$\varphi = \angle \alpha r = 90^\circ$$

Ellisse



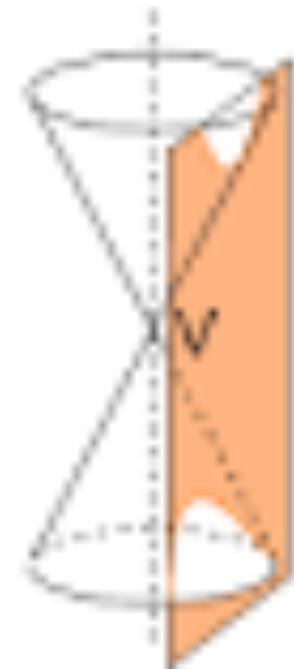
$$\theta < \varphi < 90^\circ$$

Parabola



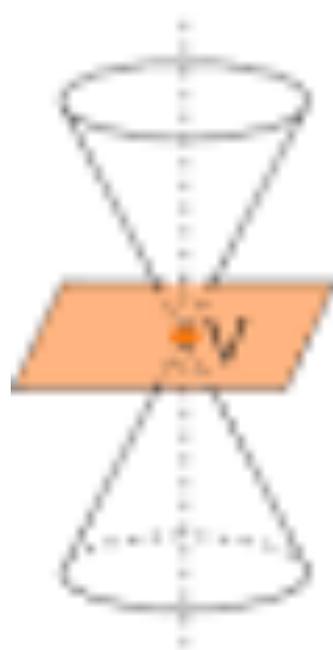
$$\varphi = \theta$$

Iperbole

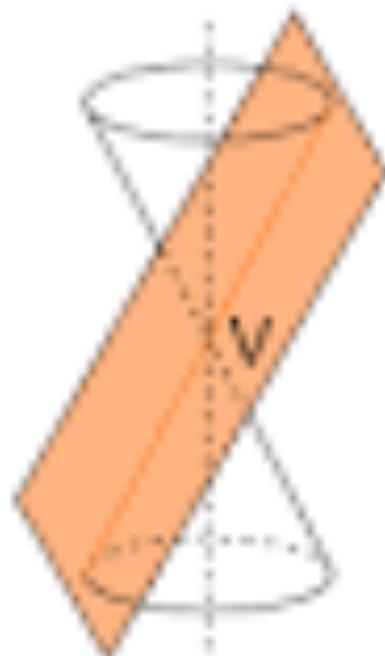


$$0 \leq \varphi < \theta$$

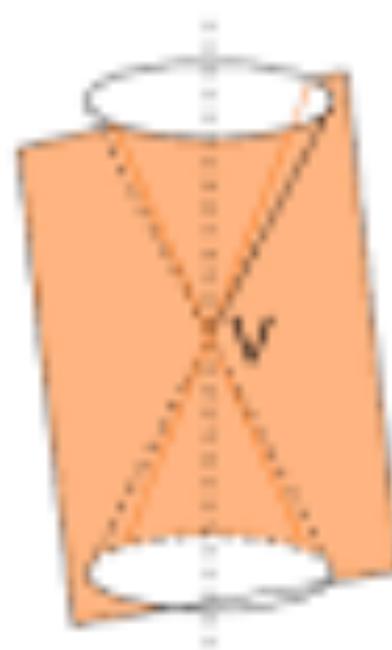
Un punto

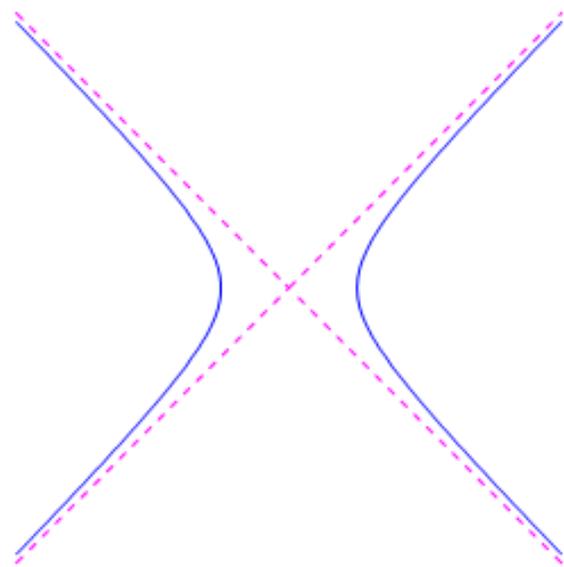
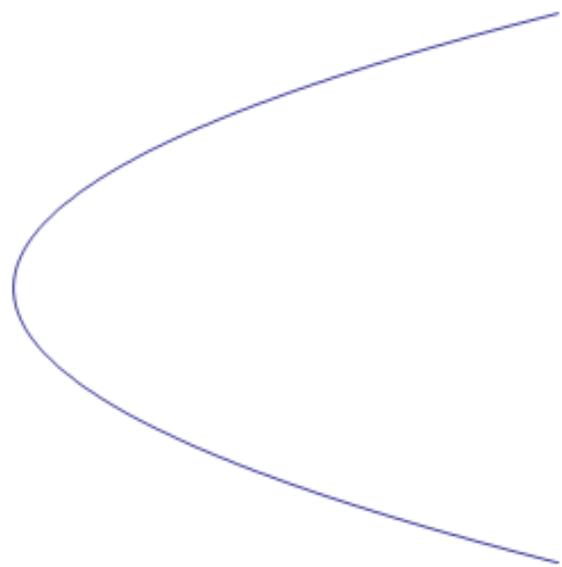
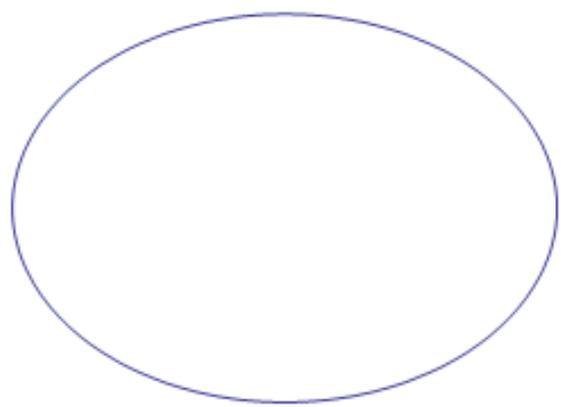


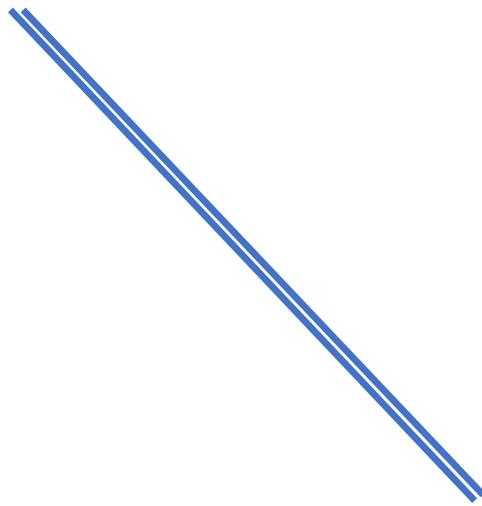
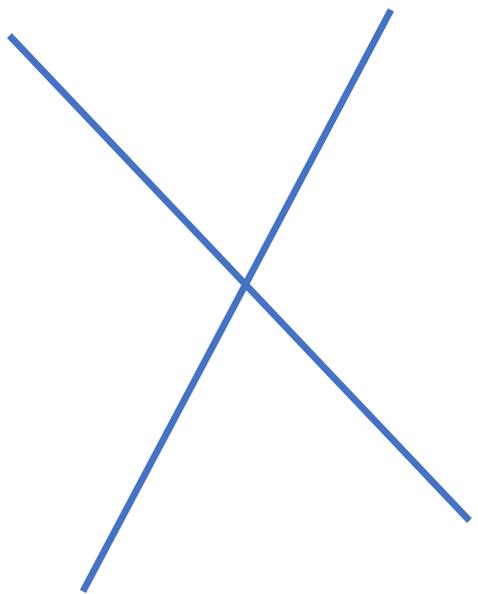
Una retta



Due rette







Dopo PAPP0 di Alessandria (c.290 - c.350 d.C.),  
**vi è stato poi un periodo molto lungo**  
**di oltre un migliaio di anni, in cui (almeno in Occidente)**  
**le coniche furono quasi completamente dimenticate.**

**Francesco FILELFO**  
**[1398 – 1481]**



Ma, soprattutto dopo il recupero  
dei primi quattro libri delle *Coniche* di APOLLONIO

Ma, soprattutto dopo il recupero  
dei primi quattro libri delle *Coniche* di APOLLONIO  
[VALLA 1501, WERNER 1522, MEMO 1537, COMMANDINO 1566]

Ma, soprattutto dopo il recupero  
dei primi quattro libri delle *Coniche* di APOLLONIO  
[VALLA 1501, WERNER 1522, MEMO 1537, COMMANDINO 1566]  
un nuovo vivo interesse per le coniche  
rinacque nel XVII secolo

Ma, soprattutto dopo il recupero  
dei primi quattro libri delle *Coniche* di APOLLONIO  
[VALLA 1501, WERNER 1522, MEMO 1537, COMMANDINO 1566]  
un nuovo vivo interesse per le coniche  
rinacque nel XVII secolo  
[KEPLER 1604 e 1609, DESCARTES 1637, GALILEO 1638,  
DESARGUES 1639, PASCAL 1640,  
MYDORGE 1641, St. VINCENT 1647, DE WITT 1658,  
DE LA HIRE 1673 e 1685, NEWTON 1687]

E. HALLEY (ed.)

*Apollonii Pergaei de Sectione Rationis Libri Duo (1706)*

*Apollonii Pergaei Conicorum libri octo  
et Sereni Antissensis de Sectione Cylindri et Coni libri  
duo (1710)*

Ma un vivo interesse è continuato fino all'ottocento. E pure nel novecento vi sono state nuove scoperte.

Ma un vivo interesse è continuato fino all'ottocento. E pure nel novecento vi sono state nuove scoperte.

D'altra parte, chiunque guardi un cerchio continuerà a vedere un'ellisse, a meno che il suo occhio non si trovi esattamente in asse con il centro del cerchio. La Terra continuerà (si spera, ancora per qualche anno) a percorrere intorno al Sole un'orbita quasi ellittica, un proiettile viaggerà approssimativamente ancora secondo una traiettoria parabolica, una luce opportunamente schermata potrà ancora illuminare un arco iperbolico.

Probabilmente negli anni 1594 – 1604,  
KEPLER studiò le *Coniche* di Apollonio.  
Esprime grande ammirazione per questo testo,  
citandolo nel suo lavoro  
sull'ottica e la stereometria.  
(Invece, in connessione con l'astronomia, non  
risulta alcun riferimento ai risultati di Apollonio).

1604

AD VITELLIONEM  
PARALIPOMENA,  
*Quibus*  
ASTRONOMIÆ  
PARS OPTICA  
TRADITVR;

*Potissimum*  
DE ARTIFICIOSA OBSERVATIO-  
NE ET ÆSTIMATIONE DIAMETRORVM  
deliquiorumq; Solis & Lunæ.

*CVM EXEMPLIS INSIGNIVM ECLIPSIVM.*

Habes hoc libro, Lector, inter alia multa noua,

*Tractatum luculentum de modo visionis, & humorum oculi  
usu, contra Opticos & Anatomicos,*

AVTHORE  
IOANNE KEPLERO, S. C. M<sup>te</sup>  
Mathematico.



FRANCOFVRTI,  
Apud Claudium Marnium & Hæredes Ioannis Aubrii

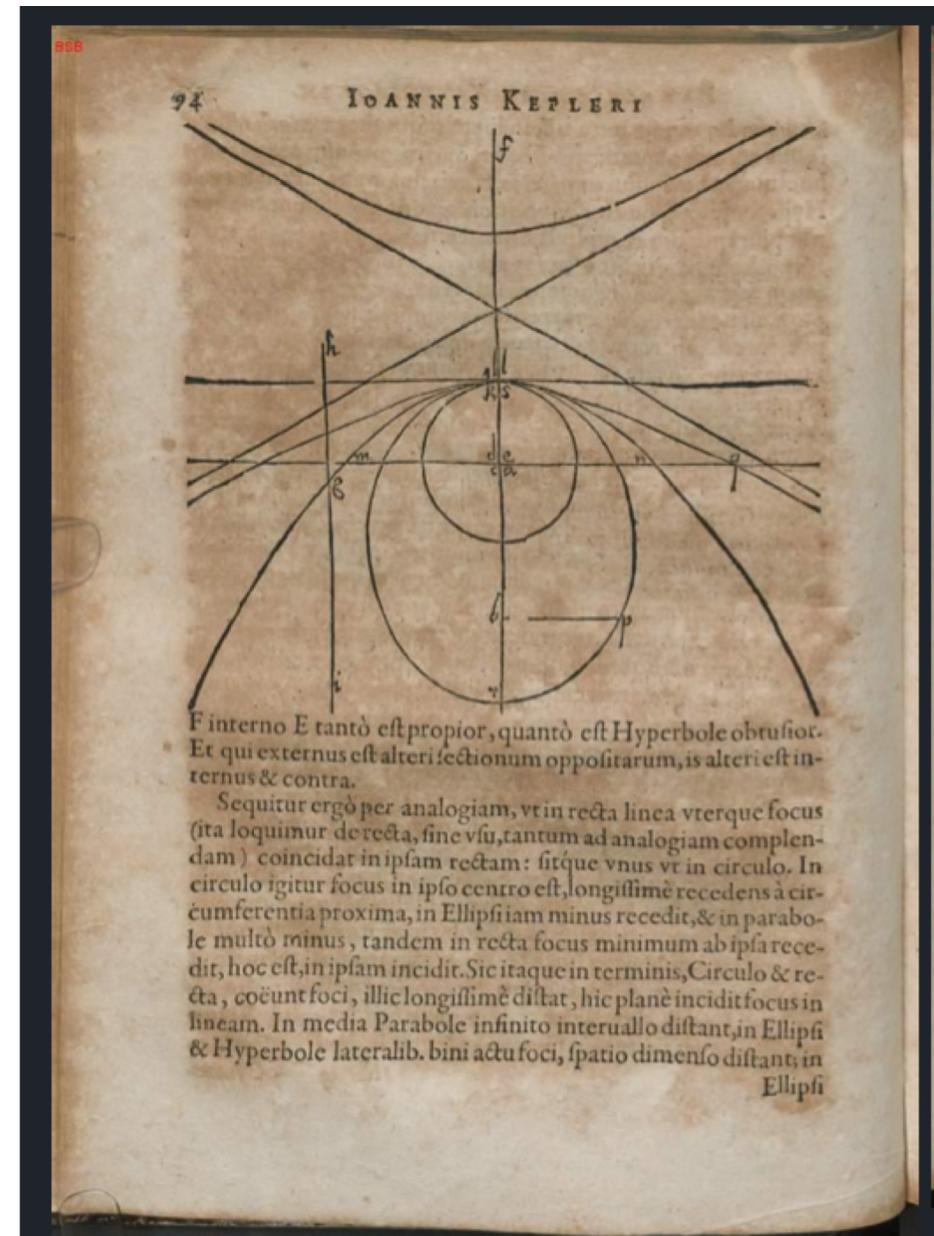
Anno M. DCIV.

*Cum Privilegio S. C. Maiestatis.*



Johannes KEPLER  
[1571-1630]

La figura con cui KEPLER sintetizza la propria presentazione delle coniche. Mostra come, variando i parametri con continuità, si può passare dalla circonferenza all'ellisse, alla parabola, all'iperbole e, al limite, a una retta.



**1609**

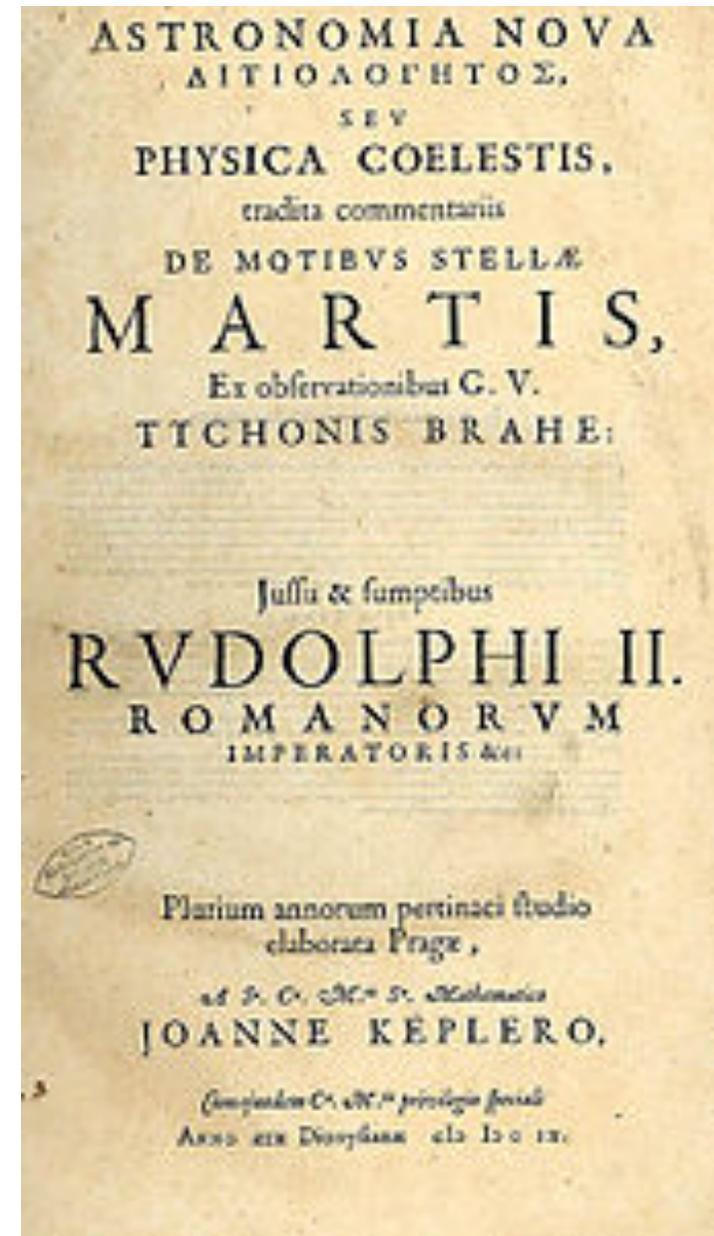
*Astronomia Nova AITIOΛΟΓΗΤΟΣ  
seu physica coelestis,  
tradita commentariis de motibus  
stellae Martis*

*ex observationibus G.V. Tychonis Brahe*

(Astronomia Nuova, basata sulle cause,  
ovvero fisica celeste, trattata con

i *commentarii* sul moto del pianeta Marte  
dalle osservazioni di Tycho BRAHE).

L'opera è dedicata all'imperatore Rodolfo II



**SECONDO ESEMPIO:  
I NUMERI PRIMI**

***Primi?***

0, 1,

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,

16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30,

31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45,

46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60,

61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75,

76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90,

91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100,

101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110,

111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120,

121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, ... ..

## Crivello di ERATOSTENE



**ERATOSTENE di Cirene**  
**[276 - 194 a.C.]**

**2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,**  
**16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30,**  
**31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45,**  
**46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60,**  
**61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75,**  
**76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90,**  
**91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100,**  
**101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110,**  
**111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120,**  
**121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, ... ..**

**2, 3,, 5,, 7,, 9,, 11,, 13,, 15,**  
**, 17,, 19,, 21,, 23,, 25,, 27,, 29,,**  
**31,, 33,, 35,, 37,, 39,, 41,, 43,, 45,**  
**, 47,, 49,, 51,, 53,, 55,, 57,, 59,,**  
**61,, 63,, 65,, 67,, 69,, 71,, 73,, 75,**  
**, 77,, 79,, 81,, 83,, 85,, 87,, 89,,**  
**91,, 93,, 95,, 97,, 99,,**  
**101,, 103,, 105,, 107,, 109,,**  
**111,, 113,, 115,, 117,, 119,,**  
**121,, 123,, 125,, 127,, 129,, ... ..**

**2, 3,, 5,, 7,,,, 11,, 13,,,  
 , 17,, 19,,,, 23,, 25,,,, 29,,  
 31,,,, 35,, 37,,,, 41,, 43,,,  
 , 47,, 49,,,, 53,, 55,,,, 59,,  
 61,,,, 65,, 67,,,, 71,, 73,,,  
 , 77,, 79,,,, 83,, 85,,,, 89,,  
 91,,,, 95,, 97,,,,  
 101,, 103,,,, 107,, 109,,  
 ,, 113,, 115,,,, 119,,  
 121,,,, 125,, 127,,,, ... ..**

**2, 3,, 5,, 7,,,, 11,, 13,,,  
, 17,, 19,,,, 23,,,,, 29,,  
31,,,,, 37,,,, 41,, 43,,,  
, 47,, 49,,,, 53,,,,, 59,,  
61,,,,, 67,,,, 71,, 73,,,  
, 77,, 79,,,, 83,,,,, 89,,  
    91,,,,, 97,,,,,  
101,, 103,,, 107,, 109,,  
    ,, 113,,,,, 119,,  
121,,,,, 127,,,, ... ..**

**2, 3,, 5,, 7,,,, 11,, 13,,,  
, 17,, 19,,,, 23,,,,, 29,,  
31,,,,, 37,,, 41,, 43,,,  
 , 47,,,,, 53,,,,, 59,,  
61,,,,, 67,,, 71,, 73,,,  
 ,,, 79,,, 83,,,,, 89,,  
 ,,,,, 97,,,  
101,, 103,,, 107,, 109,,  
 ,, 113,,,,,  
121,,,,, 127,,, ... ..**

**2, 3, 5, 7, 11, 13,**  
**17, 19, 23, 29,**  
**31, 37, 41, 43,**  
**47, 53, 59,**  
**61, 67, 71, 73,**  
**79, 83, 89,**  
**97,**  
**101, 103, 107, 109,**  
**113,**  
**127, ... ..**

Quale «distanza» ci può essere  
fra due consecutivi numeri primi?  
O meglio,  
quanti numeri composti consecutivi  
vi possono essere  
fra due numeri primi consecutivi?

**2, 3, 5, 7, 11, 13,**  
**17, 19, 23, 29,**  
**31, 37, 41, 43,**  
**47, 53, 59,**  
**61, 67, 71, 73,**  
**79, 83, 89,**  
**97,**  
**101, 103, 107, 109,**  
**113,**  
**127, ... ..**

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$$

$$n > 1 \quad \Rightarrow \quad n! + 2, n! + 3, n! + 4, \dots, n! + n$$


$n - 1$  numeri composti consecutivi

$n \in \mathbb{N}^\#$

Se  $n$  è composto,  $n$  ha un fattore primo  $p \leq \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ .

Quindi, se  $n > 1$  non è divisibile per alcun primo  $p$  nell'intervallo  $[2, \lfloor \sqrt{n} \rfloor]$ ,  $n$  è primo.

599 è un numero primo?

$$24 < \sqrt{599} < 25 \quad \therefore \quad \lfloor \sqrt{599} \rfloor = 24$$

I primi compresi fra 2 e 24 sono:

2,3,5,7,11,13,17,19,23

$599 \bmod 2 = 1$ ,  $599 \bmod 3 = 2$ ,  $599 \bmod 5 = 4$ ,  
 $599 \bmod 7 = 4$ ,  $599 \bmod 11 = 5$ ,  $599 \bmod 13 = 1$ ,  
 $599 \bmod 17 = 4$ ,  $599 \bmod 19 = 10$ ,  $599 \bmod 23 = 1$ .

Dunque 599 è *primo*.

Negli *Elementi* di EUCLIDE  
viene dimostrato che  
i numeri primi sono infiniti.  
Oggi si conoscono moltissime  
altre dimostrazioni,  
ma c'è sempre qualcuno che  
tenta di trovarne di nuove.

Dunque nella successione dei numeri naturali

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... ..**

vi sono infiniti primi.

Ma in altre successioni?

Per esempio, in ognuna delle due  
seguenti progressioni aritmetiche:

**0, 3, 6, 9, 12, 15, ... ..**

**2, 6, 10, 14, 18, ... ..**

vi è soltanto un unico primo.

Una congettura di GAUSS  
diventa il

**Teorema (DIRICHLET, 1837).**

*Se gli interi positivi  $a, b$  sono  
coprimi, nella progressione  
aritmetica*

$$a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots \dots$$

*vi sono infiniti numeri primi.*



**Lejeune Dirichlet**  
[1805 – 1859]

Invece di cercare numeri primi in una progressione aritmetica, si possono cercare progressioni aritmetiche fatte solo di numeri primi. Per esempio, come

**3, 5, 7**

**5, 11, 17, 23, 29**

**251, 257, 263, 269**

**9 843 019, 9 843 049, 9 843 079, 9 843 109, 9 843 139.**

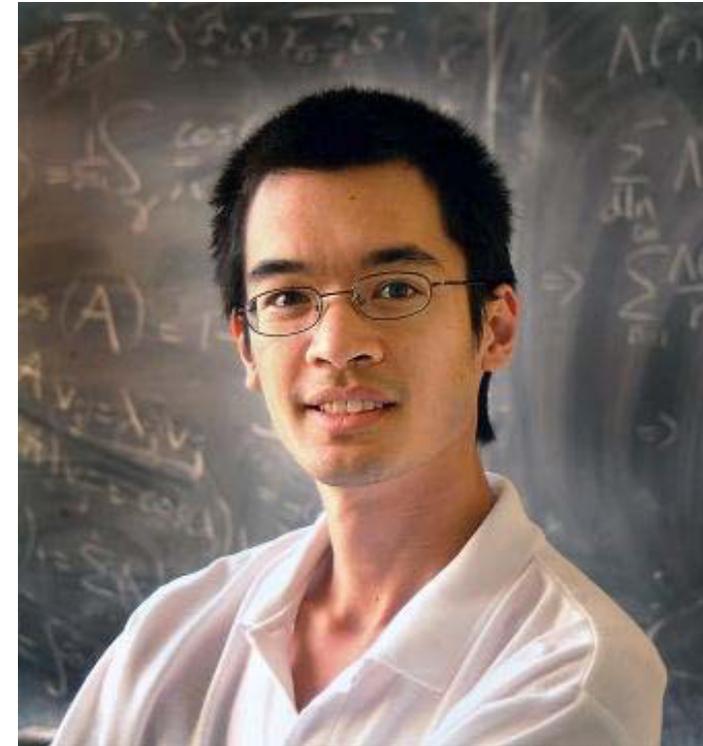
(E' chiaro che queste progressioni aritmetiche di numeri primi sono tutte necessariamente finite).

**Teorema (GREEN & TAO, 2008).**

*Per ogni intero positivo  $k$ ,  
l'insieme dei numeri primi  
contiene infinite  
progressioni aritmetiche  
di lunghezza  $k$ .*

[B. Green-T. Tao,  
«The primes contain arbitrarily long arithmetic progressions»,  
*Annals of Mathematics*, **167** (2008)].

**Terence  
Chi-Shen  
(Terry) TAO  
1975**



**Ben Joseph  
GREEN  
1977**



Per ogni fissato numero  $x$ , quanti sono i numeri  
primi  $\leq x$  ?

Congestture di GAUSS

Congesttura («ipotesi») di RIEMANN

Teorema dei numeri primi

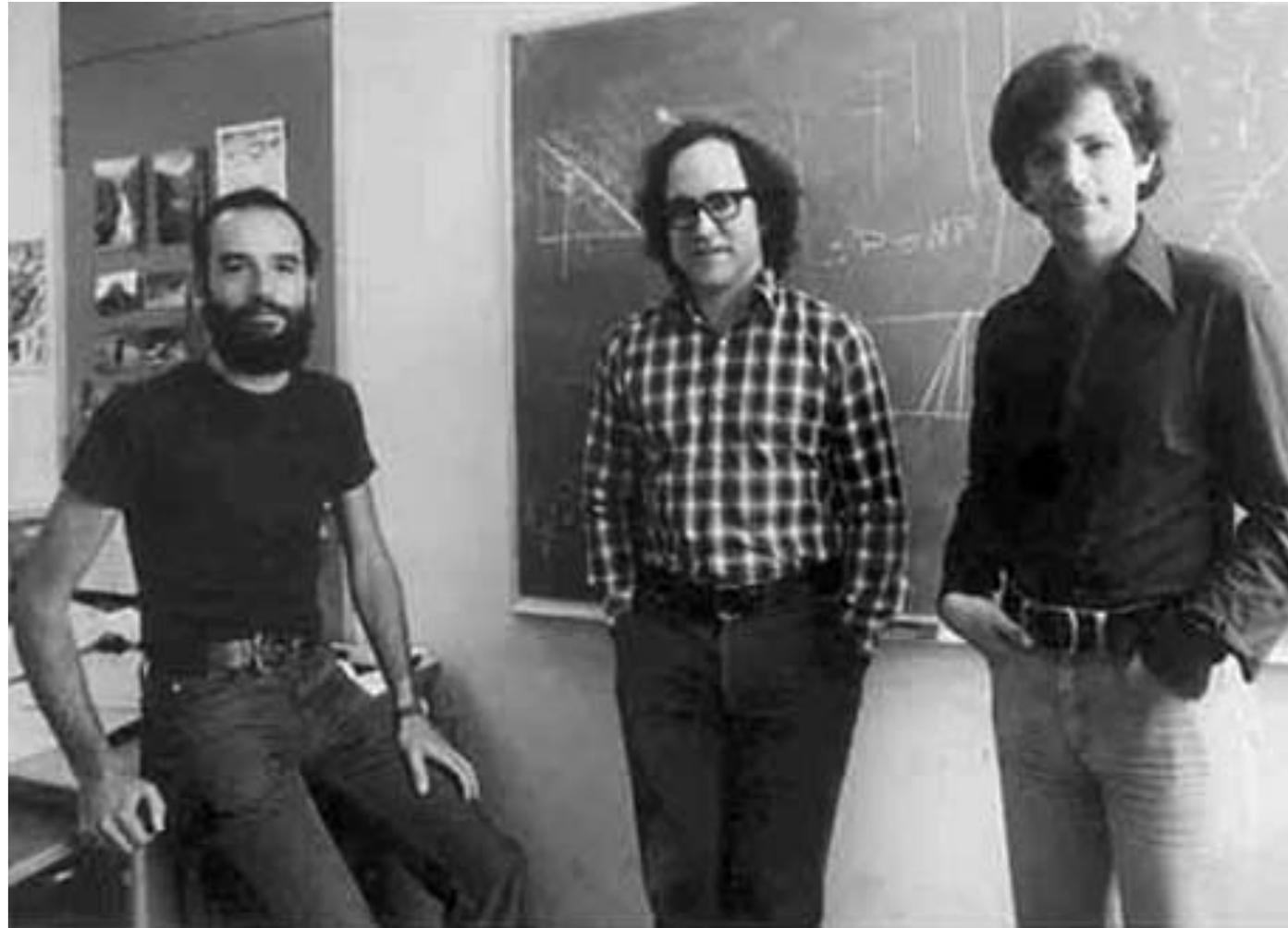
(HADAMARD-DE LA VALLE' POUSSIN, 1891)

Conggettura dei primi gemelli

Teorema di ZHANG-MAYNARD sulla limitazione dei gaps.

# L'algoritmo RSA

R.L. RIVEST, A. SHAMIR  
and L. ADLEMAN,  
"A Method for  
Obtaining Digital  
Signatures and Public-  
Key Cryptosystems",  
*Communications ACM*,  
Vol. **21** (2) (Feb. **1978**)



Adi SHAMIR  
[Tel Aviv, 1952]

Ronald Linn RIVEST  
[Schenectady, 1947]

Leonard ADLEMAN  
[S.Francisco, 1945]

Y.I. MANIN, *Matematica e conoscenza: aspetti interni, sociali e culturali*, in *La matematica*, vol.II, Einaudi, 2008.

E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, 1999.

G. LOLLI, *Discorso sulla matematica*, Bollati Boringhieri, 2011.

G. LOLLI, *QED – Fenomenologia della dimostrazione*, Bollati Boringhieri, Torino, 2005.

J.D. BARROW, *Perché il mondo è matematico?*, Laterza, 1992.

R. FERRO, *La conoscenza in matematica*, in *Epistemología de las Ciencias. El conocimiento. Aproximación al orden ontológico*, CIAFIC Ediciones, 2000.

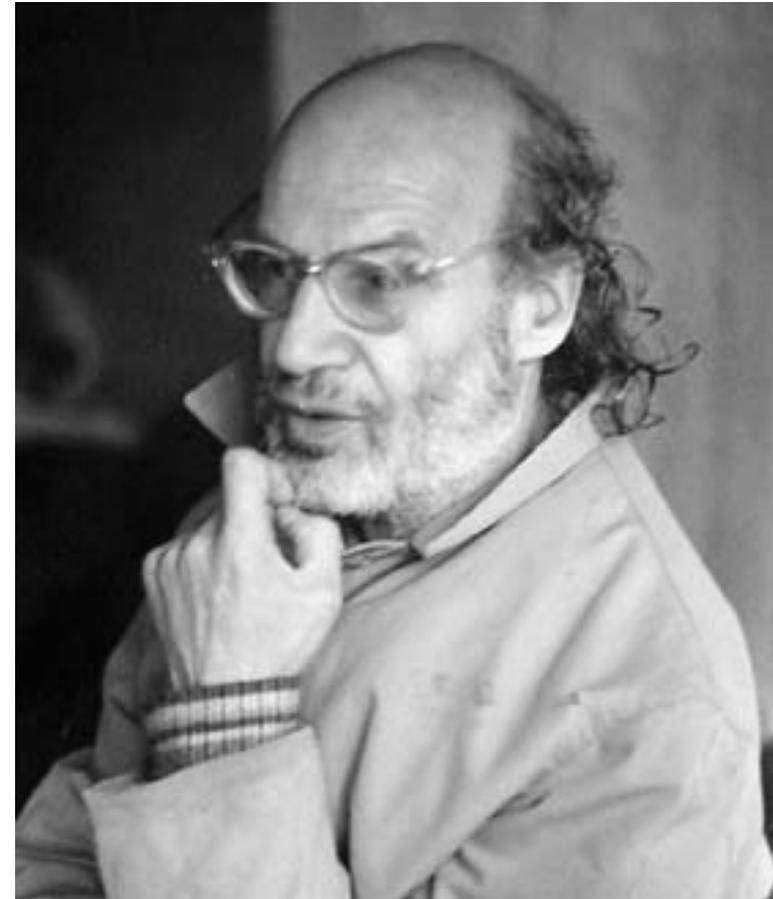
<<Ciò che fa la qualità della forza inventiva  
e dell'immaginazione di un ricercatore  
è la qualità della sua attenzione,  
in ascolto alla voce delle cose.  
Perché gli oggetti dell'Universo  
non si stancano mai di parlare di se stessi  
e di rivelarsi a chi si cura di intendere.>>

<<Ciò che fa la qualità della forza inventiva  
e dell'immaginazione di un ricercatore  
è la qualità della sua attenzione,  
in ascolto alla voce delle cose.  
Perché gli oggetti dell'Universo  
non si stancano mai di parlare di se stessi  
e di rivelarsi a chi si cura di intendere.>>

A. GROTHENDIECK, *Récoltes et semailles. Réflexions sur un passé de mathématicien*, Université des Sciences et Techniques de la Languedoc et CNRS, Montpellier, 1985.

<<Ciò che fa la qualità della forza inventiva  
e dell'immaginazione di un ricercatore  
è la qualità della sua attenzione,  
in ascolto alla voce delle cose.  
Perché gli oggetti dell'Universo  
non si stancano mai di parlare di se stessi  
e di rivelarsi a chi si cura di intendere.>>

A. GROTHENDIECK, *Récoltes et semailles. Réflexions sur un  
passé de mathématicien*, Université des Sciences et  
Techniques de la Languedoc et CNRS, Montpellier, 1985.



**Alexander GROTHENDIECK**  
**[1928-2014]**

*<<Di solito la gente crede  
che la matematica sia  
difficile,  
perché non si rende conto  
di quanto sia difficile la  
vita>>*

*<<Di solito la gente crede  
che la matematica sia  
difficile,  
perché non si rende conto  
di quanto sia difficile la  
vita>>*

**John von NEUMANN  
(1903-1957)**



***GRAZIE DELL' ATTENZIONE***