

## Misura della costante elastica di una molla sfruttando la legge di Hooke

Una molla di lunghezza  $l_0$ , se viene sospesa ad un estremo e all'altro estremo viene appeso un corpo di massa  $m$ , si allunga fino a raggiungere una lunghezza  $l$ , quando la forza di reazione elastica della molla stessa equilibra la forza peso  $p=mg$ , dove  $g$  è l'accelerazione di gravità. Se indichiamo con  $\Delta l = l - l_0$  l'allungamento, subito dalla molla, e con  $k$  la costante elastica della molla, la legge di Hooke ci dice che

$$k \Delta l = mg$$

Essendo  $k$  e  $g$  delle costanti, ci aspettiamo una relazione lineare fra  $\Delta l$  ed  $m$ , ossia se applichiamo delle masse diverse  $m_i$  ci aspettiamo che i relativi allungamenti  $\Delta l_i$  si dispongano lungo una retta del tipo  $y = a + bx$  (avente una pendenza  $b$  pari a  $g/k$ ) in un grafico, in cui poniamo gli allungamenti sull'asse delle ordinate e le masse sull'asse delle ascisse. Se usiamo per esempio la funzione RegrLin di EXCEL (vedi allegato) possiamo ottenere sia il valore della pendenza  $b$  della migliore retta, che passi per i punti sperimentali, sia la corrispondente incertezza  $\sigma_b$ , da cui infine è possibile ricavare  $k$  (data da  $g/b$ ) e la sua incertezza (data da  $(g/b^2) \sigma_b$ ).

Esiste un altro metodo per ricavare la costante  $k$ . Sempre per effetto della legge di Hooke, se si estende leggermente la molla e poi la si abbandona, la molla effettua delle oscillazioni verticali il cui periodo è dato da

$$T = 2 \pi \sqrt{m/k}$$

Questo significa che, se grafichiamo il quadrato dei periodi in funzione delle masse applicate, dovremmo ottenere una retta del tipo  $y = a + bx$  di pendenza  $(4 \pi^2)/k$ . Usando la funzione RegrLin di EXCEL è possibile ricavare la pendenza  $b$  e la sua incertezza  $\sigma_b$  per ottenere infine  $k$  (data da  $(4 \pi^2)/b$ ) e la sua incertezza  $\sigma_k$  (data da  $[(4 \pi^2)/b^2] \sigma_b$ ).

Bisogna notare che, per ridurre gli errori in misura, conviene misurare ripetutamente (per ottenere una buona stima della media aritmetica) la durata ad esempio di 20 oscillazioni consecutive. Inoltre se la massa della molla non è trascurabile rispetto alle masse applicate, nella relazione del periodo bisogna aggiungere ad  $m$  anche un terzo della massa della molla.

Infine è interessante confrontare i due valori ottenuti della costante  $k$  e vedere se essi sono compatibili entro gli errori.



## Misura e Analisi dei dati ottenuti con il pendolo semplice

Il procedimento di misura e di analisi prevede :

1. Controllare se il moto è veramente periodico. A tale scopo si può misurare e graficare come varia la durata di  $n$  oscillazioni consecutive al variare di  $n$ . Se l'andamento dei dati è lineare, vuol dire che effettivamente la durata di una singola oscillazione è costante e pertanto il moto è periodico.
2. Controllare se il periodo dipende dall'ampiezza delle oscillazioni. A tale scopo si può misurare e graficare la durata di 40 oscillazioni consecutive al variare dell'angolo ( espresso in radianti) di partenza della sferetta. Cosa si può notare?
3. Controllare la dispersione dei valori di trovati quando si effettuano misure ripetute della stessa grandezza fisica. A tale scopo, per una fissata lunghezza del filo, si può misurare per 30 volte la durata  $t_{10}$  di 10 oscillazioni consecutive e successivamente costruire l'istogramma della frequenza di ogni singola misura. Si possono ricavare la media aritmetica, che rappresenta la migliore stima del valore "vero" del tempo  $t_{10}$ , e lo scarto quadratico medio, che rappresenta la migliore stima della dispersione dei valori trovati.
4. Controllare se il periodo dipende dalla lunghezza del filo. A tale scopo si può misurare la durata  $t_{10}$  di 10 oscillazioni consecutive al variare della lunghezza  $l$  del filo. Si fa una tabella dei dati sperimentali e si disegna un grafico, su carta millimetrata oppure con EXCEL: si può affermare dai dati sperimentali che l'andamento di  $t_{10}$  sia lineare con  $l$  ? No.



Se l'apparato sperimentale si comporta da "pendolo semplice" ci dobbiamo aspettare, in base alle leggi della Dinamica, che fra periodo di oscillazione  $T$  e lunghezza del filo  $l$  ci sia la seguente relazione :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

dove  $g$  è il valore dell'accelerazione di gravità locale. Questo giustifica il fatto che il grafico di  $T$  in funzione di  $l$  non dia una retta.

Tuttavia se grafichiamo il quadrato del periodo in funzione di  $l$  dovremmo ottenere una retta con una pendenza pari a  $4\pi^2/g$ , da cui è possibile ricavare il valore di  $g$ .

Mediante la funzione RegrLIN di EXCEL è possibile determinare le migliori stime dell'intercetta e della pendenza con i relativi errori. Il valore dell'intercetta dovrebbe essere compatibile con zero: se questo non accade, questo può essere dovuto ad una non perfetta misura della quota del punto di sospensione del filo.



## **Studio del raffreddamento di una massa d'acqua al variare del tempo**

Il materiale a disposizione è costituito da

- 1.un termometro a mercurio, con cui è possibile apprezzare variazioni di temperatura  $T$  di  $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ossia  $\Delta T = 0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- 2.un cronometro, con display a cristalli liquidi, con cui è possibile misurare un tempo  $t$  al centesimo di secondo.
- 3.un bicchierino di plastica ( o qualcosa di simile ) con pareti laterali isolate termicamente
- 4.acqua calda
- 5.una bilancia digitale

Il procedimento di misura prevede :

- 1.Si pone il termometro sul tavolo di misura per qualche minuto e si aspetta che la temperatura indicata si stabilizzi : il valore, che si leggerà in questa situazione, sarà quello della temperatura ambiente  $T_{amb}$ .
- 2.Si accende il cronometro digitale e si preme il tasto RESET. Per far partire o fermare il cronometro basta premere il tasto START/STOP : il tasto RESET azzererà il cronometro.
- 3.Si pone sulla bilancia il bicchierino di plastica, si azzerà la bilancia e si versa all'interno del bicchierino una certa quantità d'acqua ( per esempio 120 g). Si pone il bicchierino sul tavolo di lavoro e vi si inserisce il termometro.
- 4.Si fa partire il cronometro, leggendo la temperatura iniziale  $T_0$ . Quindi si misura la temperatura  $T$  in funzione del tempo  $t$  ad intervalli di 30 s per i primi due minuti e poi ad intervalli di 1 minuto per altri sei minuti circa.
- 5.Si fa una tabella dei dati sperimentali e si disegna un grafico su carta millimetrata : si può affermare dai dati sperimentali che l'andamento della temperatura  $T$  sia lineare con il tempo ? No.



### Legge di Newton

Se ipotizziamo una legge di raffreddamento ( Legge di Newton ) del tipo

$$T - T_{amb} = (T_0 - T_{amb}) e^{-t/\tau}$$

ossia

$$R = \{T - T_{amb}\} / (T_0 - T_{amb}) = e^{-t/\tau}$$

in cui  $\tau$  rappresenta una costante di tempo, caratteristica del fenomeno, il grafico, su scala semilogaritmica, di R in funzione del tempo dovrebbe rappresentare una retta: nfatti

$$\ln R = - t/\tau$$

Tuttavia, da un punto di vista del trattamento statistico, è meglio graficare il tempo t in funzione di lnR

$$t = - \tau \ln R$$

e, mediante un best fit lineare del tipo  $y = a + bx$ , è possibile determinare ( ad esempio mediante la funzione RegrLIN di EXCEL ) le migliori stime dei parametri a e b con i relativi errori. Il valore della pendenza b rappresenta il valore di  $-\tau$ , mentre il valore di a ( che dovrebbe essere compatibile con zero ) rappresenta il valore di un possibile istante iniziale  $t_0$ , che a causa degli errori di misura potrebbe essere anche diverso da zero.

Ricordando che sul grafico vanno riportati i valori di R e che per il fit servono i valori di ln R, è importante conoscere  $\Delta R$  e  $\Delta \ln R$ , le incertezze su R e su lnR , anche ai fini delle cifre significative.

Si può dimostrare che, se le temperature T,  $T_{amb}$  e  $T_0$  sono affette dallo stesso errore massimo  $\Delta T$ , valgono le relazioni :

$$\Delta R = 2 \Delta T / ( T_0 - T_{amb} )$$

e

$$\Delta \ln R = 2 \Delta T / ( T - T_{amb} )$$

Da notare che, a causa dei tempi di reazione dell'osservatore, conviene assumere per  $\Delta T$  un valore di 0,1 s.

### Altre misure

Si può rifare la misura usando una quantità d'acqua minore ( per esempio 60 g) per vedere se  $\tau$  dipende dalla massa.

### **Misura di R mediante metodo del confronto**

Hai a disposizione una pila da 9 V, un voltmetro digitale, un amperometro analogico, dei cavi e due resistori, di cui uno di resistenza incognita. Si progetti un circuito che permetta di ricavare il valore della resistenza incognita variando il resistore di resistenza nota. Si indichino:

- Lo schema del circuito
- Le grandezze che si intende misurare
- La procedura di misura
- L'analisi dati che si intende implementare per misurare il valore della resistenza incognita
- Il risultato della misura

## Misura della costante di tempo di un circuito RC

**Strumenti a disposizione:** pila da 9V; 1 multimetro analogico; resistenze da 250 mW, condensatori elettrolitici ad alta capacità, basetta, cronometro

- 1) Costruire un circuito serie con la, un interruttore, un resistore di resistenza  $R = \underline{\hspace{2cm}}$  ed un condensatore elettrolitico di capacità  $C = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 2) Stimare il valore atteso della costante di tempo del circuito,  $\tau = \underline{\hspace{2cm}}$
- 3) Inserire il multimetro per misurare la d.d.p. ai capi del condensatore, fare uno schizzo della schema circuitale e giustificarlo

### *Fase di carica*

- 4) Si suggerisca una procedura sperimentale per misurare la carica del condensatore in funzione del tempo. Si giustifichi tale procedura, indicando anche il numero di misure da effettuare. Discutere se la procedura seguita è simile ad altre effettuate in precedenza e se sì, indicarne le somiglianze e differenze
- 5) Effettuare le misure con la procedura scelta. Riportare su carta opportuna (lineare o semilogaritmica) le misure effettuate e commentare l'andamento della d.d.p. misurata. Determinare la costante di tempo del circuito e confrontarla con il valore atteso. Quali possono essere i principali fattori alla base di un'eventuale discrepanza tra valore atteso e valore misurato?

### *Fase di scarica*

- 6) Si suggerisca adesso una procedura sperimentale per misurare la scarica del condensatore in funzione del tempo. Giustificare anche in questo caso la procedura scelta ed il numero di misure da effettuare.
- 7) Effettuare le misure con la procedura scelta questa volta. Riportare i valori su carta opportuna (lineare o semilogaritmica). Analizzare i dati ottenuti e stimare nuovamente la costante di tempo del circuito. Quali possono essere i principali fattori alla base di un'eventuale discrepanza tra valore atteso e valore misurato?